

БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ХАНТЫ-МАНСКИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ
«СУРГУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



Снигирева Вера Алексеевна

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ И
РАСЧЕТА ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ
ТРУБОБЕТОННЫХ СТОЕК ТРАНСПОРТНЫХ СООРУЖЕНИЙ**

2.1.8 – Проектирование и строительство дорог, метрополитенов, аэродромов,
мостов и транспортных тоннелей

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
доцент Горынин Глеб Леонидович

Сургут – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	5
Глава 1. Общие сведения, состояние проблемы исследования.....	12
1.1 Опыт 1.1 Опыт формирования транспортных интермодальных хабов.....	12
1.2 Общие сведения и проблемы применения традиционных трубобетонных конструкций.....	15
1.3 Подходы по расчету трубобетонных конструкций.....	19
Выводы к главе 1.....	24
Глава 2. Пространственный расчет традиционной трубобетонной стойки.....	25
2.1 Пространственная осесимметричная задача в цилиндрических координатах.....	25
2.2 Задача о сжатии трубы.....	28
2.3 Задача о сжатии цилиндра.....	33
2.4 Задача о сжатии традиционной трубобетонной стойки.....	37
Выводы к главе 2.....	48
Глава 3. Усовершенствованные конструкции трубобетонных стоек.....	49
3.1 Бетонная стойка в стальной обойме. Пространственный расчет.....	49
3.2 Бетонная стойка в стальной обойме с внутренней несущей трубой.....	56
3.2.1 Задача о трехосном сжатии трубы.....	59
3.2.2 Решение задачи (3.2.1)-(3.2.5).....	64
3.3 Бетонная стойка в композитной обойме	72
3.3.1 Моделирование напряженно-деформированного состояния композитной обоймы.....	72
3.3.2 Задача о композитной трубе с внутренним давлением.....	74
3.3.3 Пространственный расчет бетонной стойки в композитной	

обойме.....	79
3.4 Предварительно напряженная трубобетонная стойка. Пространственный расчет.....	84
Выводы к главе 3.....	95
Глава 4. Пространственный расчет трубобетонных стоек с учетом нелинейности деформирования бетона.....	97
4.1 Моделирование напряженно-деформированного состояния бетона трубобетонной стойки с учетом нелинейности деформирования.....	97
4.2 Задача о сжатии бетонного цилиндра с учетом нелинейности деформирования.....	104
4.3 Пространственный расчет бетонной стойки в стальной обойме с учетом нелинейности деформирования бетона.....	119
4.4 Задача о сжатии традиционной трубобетонной стойки с учетом нелинейности деформирования бетона.....	116
4.5 Пространственный расчет предварительно напряженной трубобетонной стойки с учетом нелинейности деформирования бетона.....	123
4.6 Пространственный расчет предварительно напряженной трубобетонной стойки при внецентренном сжатии.....	136
4.7 Пример проектирования трубобетонной стойки железнодорожных многоуровневых подъездных путей, объединенных со станцией метрополитена	140
4.7.1 Оценка себестоимости материалов предварительно напряженной трубобетонной стойки.....	148
4.8 Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными и результатами численного эксперимента.....	149

4.8.1 Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными.....	149
4.8.1.1 Материалы и методика проведения экспериментов.....	149
4.8.1.2 Анализ результатов.....	156
4.8.2 Сопоставление результатов расчета с результатами численного эксперимента.....	175
Выводы к главе 4.....	181
Заключение	183
Список литературы.....	185
Приложение А. Акт внедрения результатов диссертационной работы №1.....	198
Приложение Б. Акт внедрения результатов диссертационной работы №2.....	199

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы.

Практика использования трубобетонных стоек при возведении транспортных сооружений, таких как мосты, наземные и подземные сооружения аэропортов, метрополитенов, железнодорожных и автовокзалов, а также интермодальных терминалов, показала недостаточную надежность таких конструкций. Это связано с нарушением совместной работы стальной трубы и бетонного ядра в поперечном направлении. Проектирование таких конструкций в качестве опор мостов зачастую ведется без учета стальной трубы в прочностных расчетах, при этом усиление бетонного ядра подразумевает его армирование гибкой арматурой, а стальная труба используется лишь в качестве опалубки. Для обеспечения совместной работы стальной трубы и бетонного ядра в поперечном направлении необходима разработка преднапряженных трубобетонных конструкций.

В рамках реализации Транспортной стратегии Российской Федерации на период до 2030 года, (утв. распоряжением Правительства РФ от 22 ноября 2008 г. № 1734-р) наряду с другими задачами предусматривается выполнение мероприятий по развитию объектов транспортной инфраструктуры, включающих формирование многофункциональных интермодальных хабов и транспортно-пересадочных узлов, интегрированных с современной городской средой и инфраструктурным окружением.

При этом задачи формирования интермодальных хабов и транспортно-пересадочных узлов подразумевают объединение транспортных путей с путями железнодорожного транспорта и осложняются серьезными градостроительными ограничениями. Следует учитывать, что практически все крупнейшие объекты транспортной инфраструктуры в городах России расположены в условиях сложившейся городской застройки. Многие из них находятся практически в центральных частях города. Анализ границ земельных участков, сформированных в соответствии с полосами отвода уже существующих транспортно-пересадочных комплексов показывает практическое отсутствие возможности их расширения.

Кроме того, в ряде случаев при размещении объектов транспортной инфраструктуры в условиях исторической застройки, градостроительными регламентами накладываются серьезные ограничения по высоте зданий и сооружений, делая невозможным реконструкцию путем надстройки дополнительных этажей, что в свою очередь приводит к необходимости освоения подземного пространства. В данном случае целесообразно формирование транспортных интермодальных хабов, включающих станции метрополитена, железнодорожные вокзалы и автовокзалы. Таким образом возведение многоуровневых транспортных сооружений при расположении подъездных путей железнодорожного транспорта, путей метрополитена и прочих видов транспорта, расположенных по вертикали – в несколько этажей-ярусов в подземном пространстве, зачастую является единственно возможным решением в сложившихся условиях.

Очевидно, что в таком случае нагрузка на несущие конструкции транспортных сооружений будет во много раз выше (приблизительно в 5-6 раз), чем на конструкции гражданских зданий, что предъявляет исключительно высокие требования к их несущей способности. В первую очередь это относится к несущим стойкам. В связи с вышеизложенным, разработка и внедрение конструкций стоек транспортных сооружений, обладающих повышенной несущей способностью, разработка методики расчета таких конструкций, является актуальной.

Степень разработанность проблемы. Начало применения трубобетонных конструкций в транспортных сооружениях относится к 40-м годам XX века при возведении мостов [48; 52]. Изначально предполагалось, что бетон в составе трубобетонной конструкции находится под воздействием давления обжатия трубой в поперечном направлении, что повышает его прочностные свойства и, как следствие, несущую способность конструкции в целом [24]. Однако позднее в реальных конструкциях, а также экспериментально, было замечено, что при сжатии трубобетонных элементов происходит отрыв стальной трубы от бетонного ядра, что является главным конструктивным недостатком [29]. Ошибки при моделировании напряженно-деформированного состояния трубобетонных стоек,

допущенные известными учеными в области теории расчета трубобетона [35; 71], не способствовали прояснению вопроса о взаимодействии стальной трубы и бетонного ядра и работы сжатых трубобетонных элементов в целом. Существующие методики расчета традиционных трубобетонных стоек, включая нормативную методику согласно Свода правил (далее – СП) 266.1325800.2016, основаны на предположении о совместной работе бетонного ядра и стальной трубы в поперечном направлении и игнорируют факт отрыва стальной трубы от бетонного ядра. Предложенные в настоящее время методы создания предварительного обжатия бетонного ядра с целью устранения главного конструктивного недостатка трубобетонных конструкций являются технологически сложно выполнимыми либо недостаточно эффективными [5; 27].

Основная идея работы заключается в анализе проблем применения традиционных трубобетонных стоек транспортных сооружений, поиске путей улучшения конструкции трубобетонных стоек, в том числе путем предварительного напряжения бетонного ядра, анализе и обосновании преимуществ улучшенных конструкций, а также совершенствовании методов их расчета.

Объектом исследования являются трубобетонные стойки транспортных сооружений (мостов, многоуровневых подъездных путей интермодальных хабов, объединенных с транспортными узлами метрополитенов и пр.).

Предмет исследования – расчет напряженно-деформированного состояния трубобетонных стоек при сжатии.

Целью является разработка методики расчета предварительно напряженных трубобетонных стоек транспортных сооружений (мостов, многоуровневых подъездных путей интермодальных хабов, объединенных с транспортными узлами метрополитенов и пр.) по результатам моделирования их напряженно-деформированного состояния в условиях повышенной нагрузки.

Цель исследования предполагает решение следующих задач:

1. Проанализировать современные проблемы применения трубобетонных стоек транспортных сооружений, выявить причины их возникновения.

2. С целью совершенствования методов расчета произвести моделирование напряженно-деформированного состояния трубобетонной стойки традиционной конструкции при центральном сжатии и проанализировать пространственную работу конструкции.

3. Рекомендовать конструктивные изменения трубобетонных стоек транспортных сооружений (мостов, многоуровневых подъездных путей интермодальных хабов, объединенных с транспортными узлами метрополитенов и пр.), работающих в условиях повышенных нагрузок, с целью увеличения их несущей способности.

4. Произвести моделирование напряженно-деформированного состояния улучшенных и предварительно напряженных трубобетонных конструкции, проанализировать пространственную работу конструкции, разработать методику их расчета.

5. Произвести сравнение результатов расчета трубобетонных стоек с результатами экспериментальных данных.

Методология и методы исследования. При моделировании использованы классические положения пространственной теории упругости, теория прочности бетона, теории расчета строительных конструкций. В проведенных исследованиях применялись теоретический и расчетно-аналитический методы исследования. А также метод численного моделирования работы предварительно напряженной трубобетонной стойки, реализованный в конечно-элементном вычислительном комплексе «ABAQUS» (Dassault Systèmes SIMULIA Corp., USA).

Научная новизна.

1. Предложены определяющие соотношения, описывающие пространственное напряженно-деформированное состояние бетона в составе трубобетонных конструкций с учетом нелинейности диаграммы деформирования.

2. Предложены улучшенные конструкции трубобетонных стоек транспортных сооружений: бетонная стойка в стальной обойме, бетонная стойка в стальной обойме с внутренней несущей трубой, бетонная стойка в композитной обойме, предварительно напряженная трубобетонная стойка.

3. Представлено моделирование напряженно-деформированного состояния конструкции трубобетонных стоек: бетонной стойки в стальной обойме, бетонной стойки в стальной обойме с внутренней несущей трубой, бетонной стойки в композитной обойме, предварительно напряженной трубобетонной стойки.

4. Разработана методика расчета и проектирования предварительно напряженных трубобетонных стоек транспортных сооружений.

Теоретическая значимость работы. Получены новые знания в области совершенствования расчета напряженно-деформированного состояния трубобетонных стоек транспортных сооружений в условиях повышенных нагрузок. Представлены аналитические решения, позволяющие вычислить несущую способность стоек транспортных сооружений.

Предложенные в работе научные знания используются в учебном процессе в Сургутском государственном университете, о чем свидетельствует акт внедрения (Приложение А).

Практическая значимость работы заключается в возможности применения полученной методики при проектировании предварительно напряженных трубобетонных стоек транспортных сооружений с целью обоснования проектного решения и повышения точности расчетов.

Результаты диссертационного исследования приняты в ООО «Сибирьтранспроект» для использования в практике проектирования транспортных сооружений, о чем свидетельствует акт внедрения (Приложение Б).

Положения, выносимые на защиту:

1. Новая модель расчета напряженно-деформированного состояния трубобетонных стоек транспортных сооружений при центральном и внецентренном сжатии.

2. Методика использования этой модели при проектировании и расчете трубобетонных стоек транспортных сооружений.

3. Новая конструкция предварительно напряженной трубобетонной стойки и модель ее напряженно-деформированного состояния.

Степень достоверности обеспечена корректным использованием научных положений в области теории упругости, теории прочности бетона, математического моделирования; сопоставлением результатов моделирования и расчета с экспериментальными данными, с результатами численного эксперимента методом конечных элементов с использованием вычислительного комплекса «ABAQUS» ((Dassault Systèmes SIMULIA Corp., USA).

Апробация работы. Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на научных конференциях различного уровня:

- 1) Всероссийская научно-практической конференция «Север России: стратегии и перспективы развития» (г. Сургут, 2015 г.);
- 2) IX Всероссийская научно-техническая конференция «Актуальные вопросы строительства» (г. Новосибирск, 2016 г.);
- 3) Международная конференция «Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе», посвященная дню рождения великого русского математика академика П.Л. Чебышёва (г. Сургут, 2016 г.);
- 4) II Всероссийская научно-практическая конференция Север России: стратегии и перспективы развития (г. Сургут, 2016 г.);
- 5) Международная научно-практическая конференция «Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, новации» (г. Омск, 2016 г.);
- 6) III Всероссийская конференция молодых ученых «Наука и инновации XXI века» (г. Сургут, 2016 г.);
- 7) 4-й Всероссийская конференция «Проблемы оптимального проектирования сооружений» (г. Новосибирск, 2017 г.);
- 8) Всероссийская научно-практическая конференция «Север России: стратегии и перспективы развития» (г. Сургут, 2017 г.);
- 9) Всероссийская научно-практ. конф-ция «Роль физико-математического и инженерного образования в современном обществе» (г. Сургут, 2017 г.);
- 10) Международная конференция "Actual Issues of Mechanical Engineering" (г. Томск, 2017 г.);

11) I Международная научно-практическая конференция молодых ученых и специалистов «Технологии будущего нефтегазодобывающих регионов» (г. Сургут, 2018 г.);

12) III Международная научно-практическая конференция «Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, новации» (г. Омск, 2018 г.);

13) V Всероссийская конференция молодых ученых «Наука и инновации XXI века» (г. Сургут, 2018 г.);

14) Международная конференция «Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе» (г.Сургут, 2019г.);

15) XVII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук» (г.Томск, 2020г.). Автор диссертации награжден дипломом II степени за доклад;

16) V Международная научно-практическая конференция «Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, инновации» (г.Омск, 2020г.);

17) 10-я Международная конференция «Математические идеи П. Л. Чебышёва и их приложения к современным проблемам естествознания» (г.Сургут, 2021г.);

18) Автор диссертации, представляя проект, посвященный диссертационным исследованиям, был удостоен дипломом победителя III степени конкурса инженерных компетенций проекта «Славим человека труда!» УРФО по компетенции «Инженер-конструктор» (г.Челябинск, 2016 г.).

Материал диссертации опубликован в 22 научных статьях, из которых 3 – в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, и 2 – в изданиях, включенных в международные базы цитирования.

ГЛАВА 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ И СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1 Опыт формирования транспортных интермодальных хабов

Изучая европейский опыт формирования интермодальных хабов и транспортно-пересадочных узлов за последние десятилетия, следует выделить реализацию отдельных проектов. При этом объединение транспортных путей зачастую подразумевает возведение объектов транспортной инфраструктуры, пересадочных узлов, путей подземного транспорта – метрополитена и иных путей под вышерасположенными железнодорожными путями. Таким образом подобные сооружения, воспринимающие повышенную нагрузку от железнодорожного транспорта в составе интермодальных хабов, относятся к транспортным сооружениям.

Одним из ярких примеров является формирования интермодального хаба в Лондоне при реконструкции вокзала Кингс-Кросс, завершившейся в 2012 г. В результате реконструкции были восстановлены элементы архитектуры, имеющие историческую ценность, помещения вокзала были переустроены под современные нужды. Вокзальный комплекс объединили в единый транспортный узел, включающий станции метрополитена, остановки автобусных маршрутов, стоянки такси и международный вокзал Сент-Панкрас, железнодорожные платформы были отреставрированы, зоны пригородных электропоездов связали с зонами поездов дальнего следования [56].

В Цюрихе в результате объединения путей общественного наземного транспорта, подземного транспорта – метрополитена, пригородных, междугородных и международных поездов сформирован единый транспортный узел в рамках реконструкции центрального железнодорожного вокзала, возведенного в 1847 г. Реконструкция включала в себя освоение подземного

пространства, а именно под существующим вокзалом был построен торговый центр. Над вокзалом был возведен новый дебаркадер с общим количеством путей – 26, из них 10 – подземных [56].

С 2010 года ведутся работы по реконструкции вокзала в Штутгарте. Проектом предусмотрена замена тупикового вокзала с 17 железнодорожными путями на подземный сквозной вокзал с 8 путями, развернутый на 90° по отношению к существующему. В проекте реконструкции данного объекта также предусмотрено подземное строительство, а именно устройство остановки городской железной дороги [82].

Одним из наиболее интересных проектов, в рамках которого было возведено транспортное сооружение многоуровневых подъездных железнодорожных путей, является проект реконструкции вокзала Антверпен-Центральный постройки 1905 года, заверченный в 2009 г. (Рисунок 1.1). В результате чего выполнено масштабное обновление пространства под дебаркадером. Железнодорожные пути, ранее размещавшиеся в уровне земли, после реконструкции заменены на многоуровневые пути в трех уровнях: на первом и втором подземных уровнях располагаются по четыре проходящих и шесть тупиковых путей соответственно, в уровне земли расположены помещения торгового назначения, общественного питания и другие объекты обслуживания, на наземном уровне устроены шесть тупиковых путей [4].

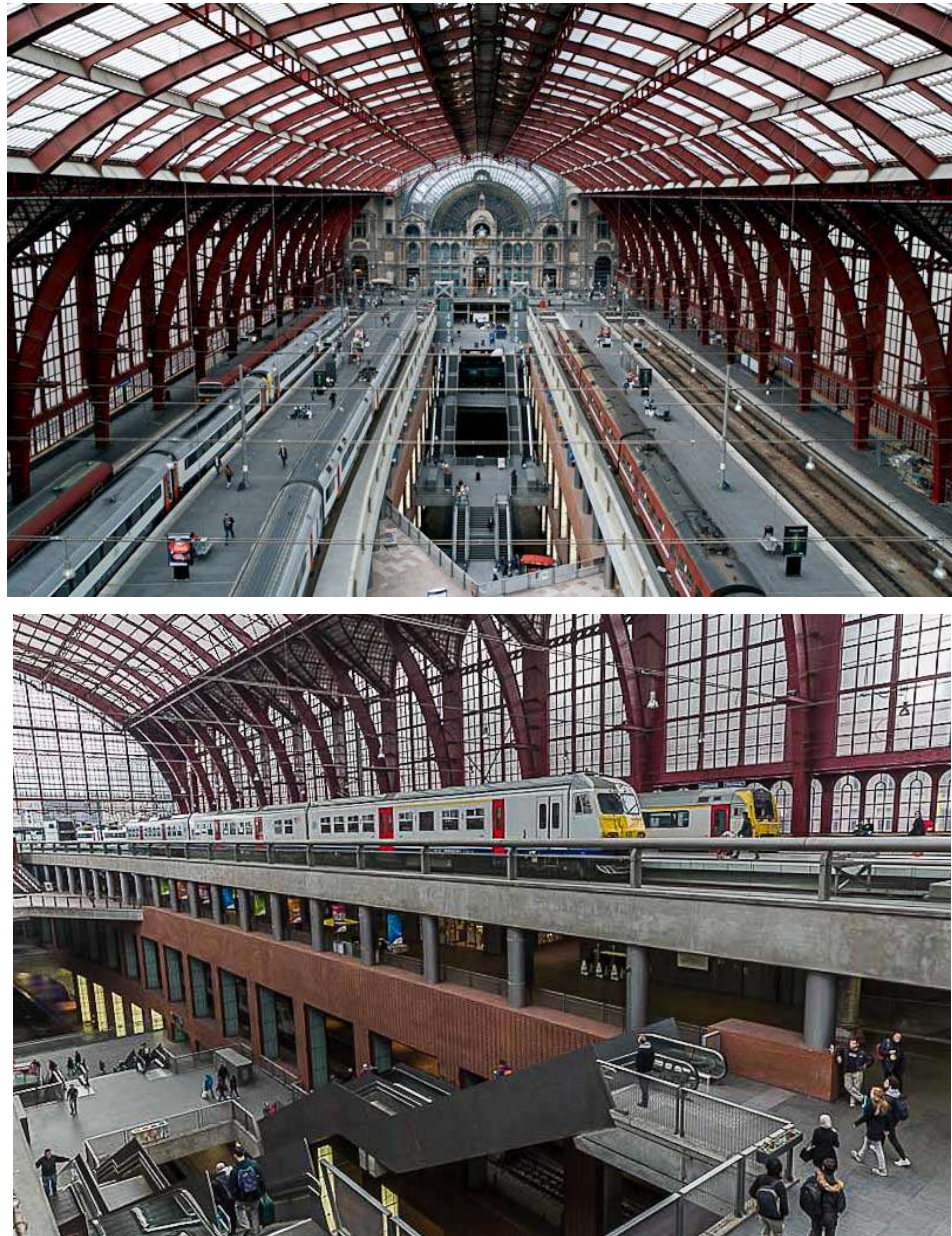


Рисунок 1.1 – Транспортное сооружение многоуровневых железнодорожных путей в г.Антверпен

© 2015 Smitha Iyer, © 2010-2020 Вагон-Вокзал. Поезда и железные дороги

Традиционно для восприятия больших нагрузок в транспортном строительстве в целом использовались как правило металлические конструкции. При строительстве объектов транспортной инфраструктуры применение преимущественно металлических конструкций обусловлено необходимостью перекрытия пространств с довольно большими пролетами. В то же время, в конструкциях зданий традиционных объектов транспортной инфраструктуры,

нагрузка от транспорта передается непосредственно на грунтовое основание, вертикальные несущие элементы воспринимают нагрузку только от покрытий и поэтому возводились с применением обычных строительных материалов – камень, железобетон. Кардинально иные требования предъявляются к вертикальным несущим элементам при возведении транспортных сооружений, воспринимающих нагрузку от железнодорожных путей, путей метрополитена, иных объектов обслуживания, расположенных по вертикали – в несколько этажей-ярусов, в подземном пространстве.

Пример сооружения многоуровневых подъездных путей в г. Антверпен показывает, что несущая конструкция дебаркадера должна воспринимать нагрузку от 7 одновременно находящихся в трех уровнях пассажирских железнодорожных составов, а также торговых площадей промежуточного этажа, что предъявляет исключительно высокие требования к несущей способности элементов конструкции и, в первую очередь, к несущим стойкам. В связи с вышеописанными обстоятельствами необходима разработка и внедрение трубобетонных элементов конструкций транспортных сооружений, обладающих повышенной несущей способностью.

1.2 Общие сведения и проблемы применения трубобетонных конструкций

Идея о повышении прочности бетона в условиях всестороннего сжатия начинает свое развитие с предложенной Консидером М. в 1900 г. непрерывной спиральной арматурной обмоткой бетонных стержней [13]. В своих экспериментах ученый отметил повышение сопротивления бетона сжатию. В 1902 г. с целью защиты внутренней поверхности стальной трубы от коррозии в Париже Севел Д. заполняет ее бетонной смесью и испытывает на сжатие, в результате чего было обнаружено, что трубобетонный элемент обладает повышенной несущей способностью [96]. Позже в 1915 г. в школе Мостов и дорог во Франции исследователь Рабю изучал прочностные характеристики песка и гравия,

заклученного в стальную трубу [13]. Данное обстоятельство способствовало началу активного изучения трубобетонных конструкций.

Таким образом начиная с 20-го века проводились многочисленные исследования трубобетонных конструкций, отраженные в работах таких ученых как Б. Менаже [43] Н.Н. Аистов [2], О.Н. Алперина[2], И.В. Аткишкин [6], Г. А. Гамбаров [9], М. Ш. Гареев [10], А.А. Гвоздев [12,11], Н.Г. Добудогло [15], А.А.Долженко [16,17,18], А.Н. Жиренков [19], В.И. Карпинский [21], В.Н.Кебенко[23], А.И. Кикин [24,25], С.В. Коврыга [26], А.Л. Кришан [27,29], К.С. Кузнецов [30], Кузнецова Е.Е. [31], А.Ф. Липатов [33,32], А.Э. Лопатто [34], Л.К. Лукша[35], И.Г. Людковский [37-39], В.Ф. Маренин [40,41], В.П. Митрофанов [44], А.П. Нестерович [46], Г.П. Передерий[47,48], В.В. Пинский[49], В.А. Росновский [52,53], Р.С. Санжаровский [57-60], Я.П. Семененко [62], Ю.В. Ситников [63], Н.Ф. Скворцов [64], Л.И. Стороженко [68-72], Н.Н. Стрелецкий [73], В.Н. Сурдин[74], В.А. Труль [77], В.М. Фонов [78], В.Л. Шабров [80], А.И. Шахворостов [81] и др.

В 1932—1936 годах по проекту инженера Г. П. Передерия [47; 48] был построен трёхпролётный железобетонный мост арочного типа через реку Неву в Ленинграде. В арках моста была установлена арматура из трубок небольшого диаметра. В 1938-1940 по проекту профессора В. А. Росновского [52; 53] был возведен железнодорожный мост через реку Исеть в г. Каменск-Уральском с трубобетонными арками. Однако позже была выявлена проблема в работе трубобетонных элементов моста, а именно установлено, что происходит отрыв бетонного ядра от стальной трубы [52].

При этом в разное время высказывались разные мнения о работе трубобетонных конструкций под нагрузкой. Многие экспериментаторы наблюдали, что несущая способность трубобетонных стоек повышается в сравнении с независимым нагружением стальной трубы и бетонной колонны, объясняя это упрочнением бетонного ядра вследствие наличия обжатия [12; 15; 16; 39; 47 и др.].

Однако существовал и иной взгляд относительно характера работы трубобетонных стоек под нагрузкой, которого придерживались такие ученые как

Н.Н. Аистов, А.Ф. Липатов, Л.К. Лукша, В.Ф. Маренин, В.А. Росновский, Я.П. Семененко и др. Скворцов Н.Ф. [64] ставит под сомнение наличие обжатия бетона трубой, т.к. коэффициент Пуассона бетона меньше коэффициента Пуассона стали, в связи с чем поперечные деформации стальной трубы превышают поперечные деформации бетона, а значит бетон не получает обжатия стальной трубой. Факт повышения несущей способности сжимаемого элемента, наблюдаемый экспериментаторами, Скворцов Н.Ф. объясняет влиянием сил трения, возникающих по поверхности контакта опорных плит испытательных машин и торцов испытываемых коротких образцов, сдерживающих поперечные деформации стальных труб. Действительно, экспериментальные исследования длинных образцов свидетельствуют об отрыве стальной трубы от бетонного ядра, как это имело место при эксплуатации трубобетонного моста через р. Исеть [52]. Так в работе Кноулеса Р. И Парка Р. [91] было установлено, что обжатие бетонного ядра происходит лишь при испытании коротких трубобетонных элементов. В исследовании Сакино К., Томии М. и Ватанабе К. [94] экспериментально сравнивались случаи приложения нагрузки на все сечение трубобетонного элемента и только на бетонное ядро при использовании трубы лишь в качестве обоймы. При этом ученые отмечают, что обжатие бетона трубой и, как следствие, его упрочнение наблюдалось лишь во втором случае.

Современные исследователи-экспериментаторы также подтверждают, что при нагружении трубобетонных стоек происходит отрыв стальной трубы от бетонного ядра уже на начальном этапе работы стойки в следствии разности коэффициентов Пуассона стали и бетона [6; 22; 51; 55; 87; 90; 95; 97]. Гареев М.Ш. [10] утверждает, что «трубобетон представляет собой недостаточно технически совершенную конструкцию, в которой труба фактически является несъемной опалубкой, работающей как обойма лишь перед разрушением бетонного ядра». Так ученые Курановас А. Гуд Д., Кведарас А и Жонг С. [92] проведя анализ экспериментальных данных 1303 образцов трубобетонных стоек подтверждают, что уже на начальном этапе загрузки происходит нарушение совместной работы стальной трубы и бетонного ядра. Ряд ученых подтверждает факт растяжения

бетонного ядра в радиальном направлении трубой на начальном этапе загрузки и как следствие ее отрыва, но утверждают, что при дальнейшем увеличении нагрузки в бетоне начинается процесс активного трещинообразования, бетон «догоняет» трубу и далее работает совместно с ней. Однако, такой подход опасен, так как во-первых растяжение бетона неблагоприятно сказывается на его прочности, во-вторых поведение бетона в состоянии быстрого нарастания поперечных деформаций при большой продольной нагрузке является непредсказуемым и немоделируемым, а в-третьих после отрыва возникает опасность местной потери устойчивости стальной трубы, как это наблюдалась в многочисленных опытах [8; 29; 35; 76]. Отечественный и зарубежный нормативные документы [66; 85] устанавливают правила на устройство анкеров по внутренней поверхности трубы для лучшего сцепления с бетоном. Но обеспечение сцепления трубы с бетоном на поверхности их контакта не обеспечивает устранение растягивающих усилий в бетоне, которые независимо от этого будут возникать вследствие разности коэффициентов Пуассона бетона и стали, а значит возможно расслоение бетонного ядра вне зоны сцепления с анкерами.

Другая группа ученых, осознавая невозможность устранения этого конструктивного недостатка традиционных трубобетонных стоек, направила силы на поиск путей совершенствования конструкций в области создания предварительного (до приложения внешней нагрузки) обжатия бетонного ядра. Мартиросов Г.М. и Шахворостов А.И. [42] для обеспечения совместной работы стальной трубы и бетонного ядра трубобетонных конструкций предлагали использование бетонов на напрягающем цементе, тем самым, за счет расширения бетона, предварительно напрягать стальную трубу. Также этому вопросу посвятил свою диссертацию Резван И.В. [51]. Однако во-первых стоимость таких цементов значительно выше стоимости традиционных смесей, во-вторых, производство напрягающих цементов ограничено в настоящее время. Помимо этого в своей диссертации на основе экспериментальных исследований Астафьева М.А. [5] приходит к выводу о том, что повышение прочности трубобетонных образцов на напрягающих цементах в сравнении с традиционными цементами относительно

небольшое (прочность повышалась на 2-8%). Также был предложен иной путь создания предварительно обжатия бетона при помощи изготовления центрифугированных трубобетонных конструкций [79]. Однако, такой способ является особо трудоемким, требует специального оборудования, и вопрос о возможности создания предварительного напряжения трубы путем центрифугирования бетонной смеси является спорным [27].

В Магнитогорске активным изучением трубобетонных конструкций занимается группа ученых, возглавляет которую профессор Кришан А.Л. Учеными предлагается создание предварительного обжатия бетона трубобетонной стойки в процессе их изготовления путем прессования бетонной смеси. Прессование осуществляется с помощью пустотообразователя специальной конструкции либо путем последовательного вдавливания в бетонную смесь трех стальных трубок с постепенно увеличивающимися диаметрами вдоль направляющего, расположенного в центре сечения конструкции, стержня [6; 10; 55; 75]. Другие ученые также предлагали использование конструкций с бетоном, твердеющим под давлением [10; 61]. Однако данные методы являются технологически сложно выполнимыми, требуют больших трудозатрат и исключают производство конструкций на строительной площадке.

1.3 Подходы по расчету трубобетонных конструкций

В середине XX века советским ученым в области теории железобетона А.А. Гвоздевым было предложено производить расчет трубобетонных конструкций, рассматривая конструкцию в предельном расчетном состоянии [12]. Предельная нагрузка на трубобетонную стойку определялась по зависимости:

$$N = F_{\text{я}} \cdot R_{\text{пр}} + k \cdot F_{\text{с}} \cdot \sigma_{\text{т}}, \quad (1.1)$$

где $F_{\text{я}}$ и $F_{\text{с}}$ – площади поперечных сечений бетонного ядра и стальной трубы; $R_{\text{пр}}$ – призмная прочность бетона; $\sigma_{\text{т}}$ – предел текучести стали; k – коэффициент эффективности обоймы.

Согласно формуле (1.1) учитывается увеличение прочности стальной трубы трубобетонной стойки, а не бетонного ядра, что противоречит современным представлениям о работе трубобетонных конструкций [27].

На основе формулы (1.1) позднее были созданы многие современные методики расчета трубобетонных конструкций [50]. Согласно которым несущая способность трубобетонной стойки при центральном сжатии определяется из выражения, имеющего следующую структуру:

$$N = (a \cdot R_b + b) \cdot F_b + c \cdot F_s \cdot R_s, \quad (1.2)$$

где a , b , c – коэффициенты определяемые опытным путем.

Проведенные за весь период изучения и применения трубобетона многочисленные эксперименты по исследованию его несущей способности позволили оценить пределы изменения коэффициентов c , d и α для различных геометрических и механических характеристик стальных труб и бетонов, что позволило сформулировать практические рекомендации по их выбору или расчету [24; 28; 53; 71 и др.]. Однако, из-за эмпирического подхода, положенного в основу данного метода расчета, уточнение эмпирических коэффициентов потребует проведение новых обширных и трудоёмких экспериментов. Это обусловлено тем, что эмпирическая зависимость (1.2) описывает одноосное сжатие трубобетонных конструкций и объективно не отражает особенности их пространственной работы.

Помимо этого, во многих современных методиках расчета не учитываются силы взаимодействия бетона и стали [50; 66; 72], то есть напряжения бокового обжатия бетонного ядра стальной обоймой, либо формулы определения данной величины носят эмпирический характер [28].

К одним из советских классиков изучения трубобетонных конструкций является профессор Лукша Л.К. В 1977 г. выходит в свет его труд «Прочность трубобетона» [35], ставший одним из основополагающих трудов в изучении работы трубобетонных конструкций, на который ссылаются многие ведущие исследователи. В данной работе Лукша Л.К. описывает вывод расчетных уравнений пространственной работы традиционной трубобетонной стойки. Однако на стр. 25, получив формулу нахождения давления бетонного ядра на трубу, забыв

введенную им замену знаков на стр.22, делает неверный вывод «поперечное давление трубы на оболочку ... является сжимающим». Знак давления трубы на бетонное ядро является определяющим в пространственной работе трубобетонных стоек. Таким образом данная ошибка способствовала развитию неверных представлений о работе трубобетонных конструкций.

В 1991 г. вышла книга другого основоположника теории расчета трубобетонных конструкций д.т.н. Стороженко Л.И. и др. «Расчет трубобетонных конструкций», в которой также изложена попытка рассмотреть задачу о сжатии трубобетонной стойки как пространственную задачу теории упругости [71]. Однако в данной работе на стр. 49 также совершена математическая ошибка в выкладках, на основе которых автор сделал неверный вывод о том, что разность коэффициентов Пуассона бетона и стали «независимо от знака увеличивает жесткость составного бруса, приближает работу бетонного ядра к условиям всестороннего сжатия». На труды Стороженко Л.И. ссылаются многие ведущие исследователи, однако, вследствие наличия ошибки, данная работа не способствует прояснению вопроса о пространственной работе трубобетонных конструкций, а еще больше укрепила неверные представления, выдвинутые Лукшей Л.К.

Долгое время не существовало отечественной нормативной методики расчета трубобетонных конструкций. И лишь в 2017 году в свет вышел свод правил [66], в котором одна из глав посвящена расчету и проектированию трубобетонных конструкций, однако расчет основан на допущении о совместной работе бетонного ядра и стальной оболочки в поперечном направлении, что противоречит экспериментальным данным, факт растяжения стальной трубой бетонного ядра в поперечном направлении и, как следствие, ее отрыва игнорируется. Расчетная схема, принимаемая в СП, описывает лишь одноосное напряженно-деформированное состояние трубобетонного элемента и представлена на Рисунке 1.2.

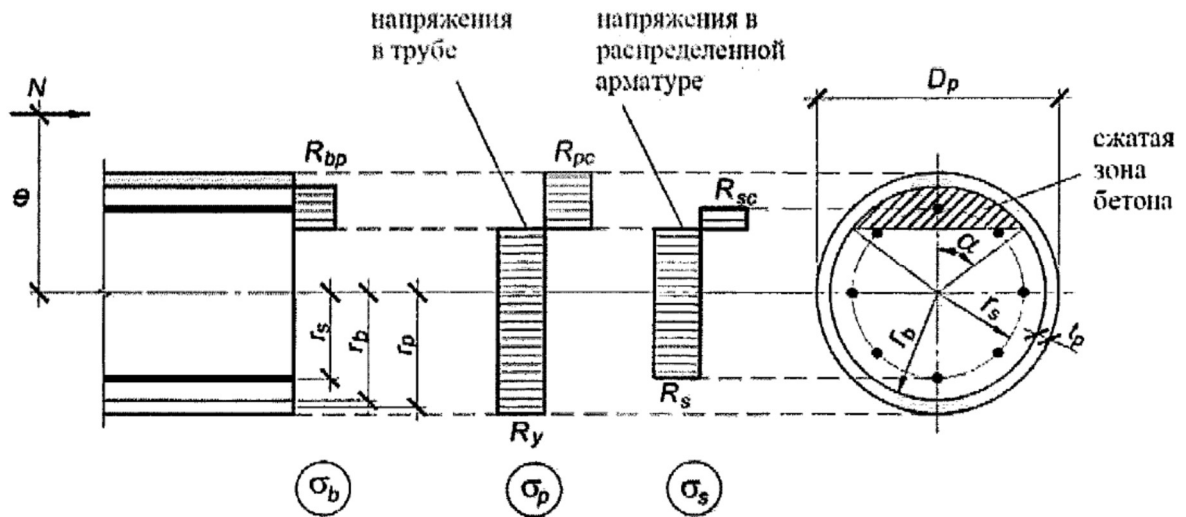


Рисунок 1.2 – Схема усилий и эпюры напряжений внецентренно сжатого трубобетонного элемента согласно СП 266.1325800.2016

Расчет проводится по предельному усилию и основан на формуле:

$$N \cdot e \leq \frac{2}{3} r_b^2 R_{bp} \sin^3 \alpha + \frac{1}{\pi} A_s r_s \sin \alpha (R_s + R_{sc}) + \frac{1}{\pi} A_p r_p \sin \alpha (R_y + R_{pc}),$$

где α определяется из решения уравнения

$$r_b^2 \left(\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) R_{bp} + \frac{\alpha}{\pi} A_s R_{sc} - \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} \right) A_s R_s + \frac{\alpha}{\pi} A_p R_{pc} - \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} \right) A_p R_y = N,$$

во всех случаях принимается $\alpha \leq \pi$.

Очевидным фактом является неравномерное распределение напряжений по сечению элемента при внецентренном сжатии, однако в СП эпюры напряжений являются линейными, что не отражает реальную работу конструкции. При этом предполагается, что напряжения в бетонном ядре и стальной трубе достигают величины своих расчетных сопротивлений одновременно. Таким образом появление данного нормативного документа не способствовало прояснению вопроса о пространственной работе трубобетонных конструкций.

Актуальным на сегодняшний день остается вопрос об определении критериев наступления предельного состояния. А.Л. Кришан, основываясь на экспериментальных исследованиях, рекомендует следующий критерий предельного состояния сжатого трубобетонного элемента: в бетонном ядре – достижение осевыми продольными нормальными напряжениями значения

прочности бетона при трехосном сжатии; в стальной трубе – достижение напряжений в волокнах предела текучести [27].

Особо значимым является вопрос, касаемый значения прочности бетонного ядра в условиях трехосного сжатия. Проведено немало исследований на эту тему. В 1929 году В.Рихардом, А. Брауном и А.Брандраегом [93] была предложена формула определения прочности бетона в состоянии всестороннего сжатия, ставшая основой многих современных подходов:

$$R_{b,3} = R_b + k \cdot \sigma_0 \quad (1.1.3)$$

где $R_{b,3}$ – предел прочности бетона в состоянии всестороннего сжатия, R_b – предел призмочной прочности бетона, σ_0 – радиальные напряжения обжатия бетонного ядра стальной обоймой (без учета знака), k – коэффициент упрочнения бетона. Существует несколько подходов по определению величины коэффициента упрочнения k (Таблица 1.1).

Берг О.Я. предлагает использовать зависимость прочности бетона в условиях трехосного сжатия в другой форме [7]:

$$\frac{R_{b,3}}{R_b} = \sqrt{1 + 2k_0 \frac{\sigma_0}{R_{bt}}}, \quad (1.1.4)$$

где среднее значение коэффициента, определяемого экспериментальным путем, $k_0=0,35$.

Таблица 1.1 – Значения коэффициента k в формуле (1.1.3)

Автор	k
Кришан А.Л., Заикин А.И. и др [28]	$5,3 - 0,8 \frac{R_c F_c}{R_b F_b}$
Карпенко Н.И.[20]	$\frac{1}{0,1 + 0,9 \frac{\sigma_0}{R_b}}$
Кузнецов К.С.[30]	$\frac{1}{0,1 + 0,9 \frac{\sigma_0}{R_b}} + 2,9 - \ln R_b$
Кишин А.И., Санжаровский Р.С., Труль В.А. [24]	4
Несветаев Г.В., Резван И.В.[45]	$5,0 - 0,56 \frac{R_c F_c}{R_b F_b}$

Выводы к главе 1

1. Формирование транспортных интермодальных хабов зачастую предполагает возведение многоуровневых транспортных сооружений, что предъявляет особые требования к их несущим стойкам, воспринимающим повышенную транспортную нагрузку.

2. Трубобетонные стойки обладают рядом преимуществ: технологичность устройства; отсутствие необходимости использования опалубки при изготовлении трубобетонных конструкций; отсутствие необходимости устройства дополнительного стержневого армирования.

3. Существуют проблемы применения трубобетонных стоек: сложность обеспечения совместной работы бетона и стальной трубы (отрыв бетонного сердечника от поверхности трубы), о чем свидетельствует опыт строительства с применением трубобетонных конструкций и экспериментальные исследования; отсутствие единой общепринятой методики расчета трубобетонных конструкций, отражающей особенности пространственной работы.

4. Предложенные ранее методы предварительного напряжения трубобетонных стоек, с целью обеспечения совместной работы бетона и стали, имеют ряд существенных недостатков и характеризуются сложностью воспроизведения.

5. Существующие методы расчета прочности трубобетонной стойки по материалу не отражают в полной мере сложное напряженно-деформированное состояние конструкции, в особенности, в расчетах не учитываются силы взаимодействия трубы и ядра, а также зачастую расчетные зависимости носят эмпирический характер, что требует проведение частных экспериментов. Данное обстоятельство свидетельствует об актуальности данной тематики и необходимости создания единой универсальной теории, учитывающей в полной мере характеристики материалов, особенности работы трубобетонной конструкции под нагрузкой, в частности совместную работу стальной трубы и бетонного ядра в поперечном направлении, а также способ передачи нагрузки.

ГЛАВА 2. ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РАСЧЕТ ТРАДИЦИОННОЙ ТРУБОБЕТОННОЙ СТОЙКИ

2.1 Пространственная осесимметричная задача в цилиндрических координатах

В данной главе будет рассматриваться решение задачи о сжатии традиционной трубобетонной стойки, которая обладает осевой симметрией (ось z совпадает с осью симметрии) (Рисунок 2.1.1).

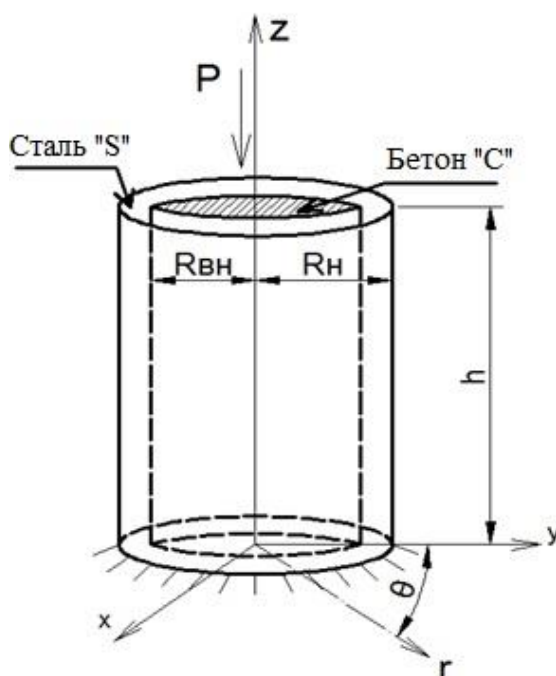


Рисунок 2.1.1 – Общий вид нагружения трубобетонной стойки

Поэтому для удобства пространственный расчет стойки будем проводить в цилиндрической системе координат, где положение точки задается значением координат r и z , а также углом θ (Рисунок 2.1.1). Уравнения равновесия в цилиндрической системе координат имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0. \end{cases} \quad (2.1.1)$$

Производим расчет трубобетонной стойки, считая, что материалы бетонного ядра и стальной трубы подчиняются закону Гука в форме Ламе:

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{rr} + \lambda(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}); \\ \sigma_{\theta\theta} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}); \\ \sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{zz} + \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}); \\ \sigma_{rz} = 2\mu\varepsilon_{rz}; \quad \sigma_{r\theta} = 2\mu\varepsilon_{r\theta}; \quad \sigma_{\theta z} = 2\mu\varepsilon_{\theta z}, \end{cases} \quad (2.1.2)$$

где $\lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}$, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$, E , ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона.

Деформации определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial U}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{U}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z}, \\ \varepsilon_{rz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r} \right), \quad \varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta}{\partial r} \right), \quad \varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial \theta} \right). \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

где U – перемещения в направлении оси r , W – перемещения в направлении оси z , U_θ – перемещения в направлении θ .

Форма трубобетонной стойки, а также характер нагружения симметричны относительно продольной плоскости, делящей цилиндр пополам (Рисунок 2.1.1). В связи с этим $U_\theta = 0$, $U = U(r, z)$, $W = W(r, z)$. Однако в дальнейшем будем считать, что радиальные перемещения U не зависят от координаты z , продольные перемещения W не зависят от r :

$$U = U(r), W = W(z). \quad (2.1.4)$$

В следующих параграфах будут рассмотрены краевые задачи. Во всех задачах, которые мы будем решать, данное предположение (2.1.4) не приводит к противоречиям, но существенно упрощает выкладки, необходимые для получения аналитического решения. Таким образом равенства деформаций (2.1.3) принимают вид:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{dU}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{U}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{dW}{dz}, \quad \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{\theta z} = 0. \quad (2.1.5)$$

Из закона Гука (2.1.2) и последних трех равенств (2.1.5) следует, что касательные напряжения, действующие на главные площадки уравновешенного элемента среды, отсутствуют (Рисунок 2.1.2):

$$\sigma_{rz} = \sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta z} = 0. \quad (2.1.6)$$

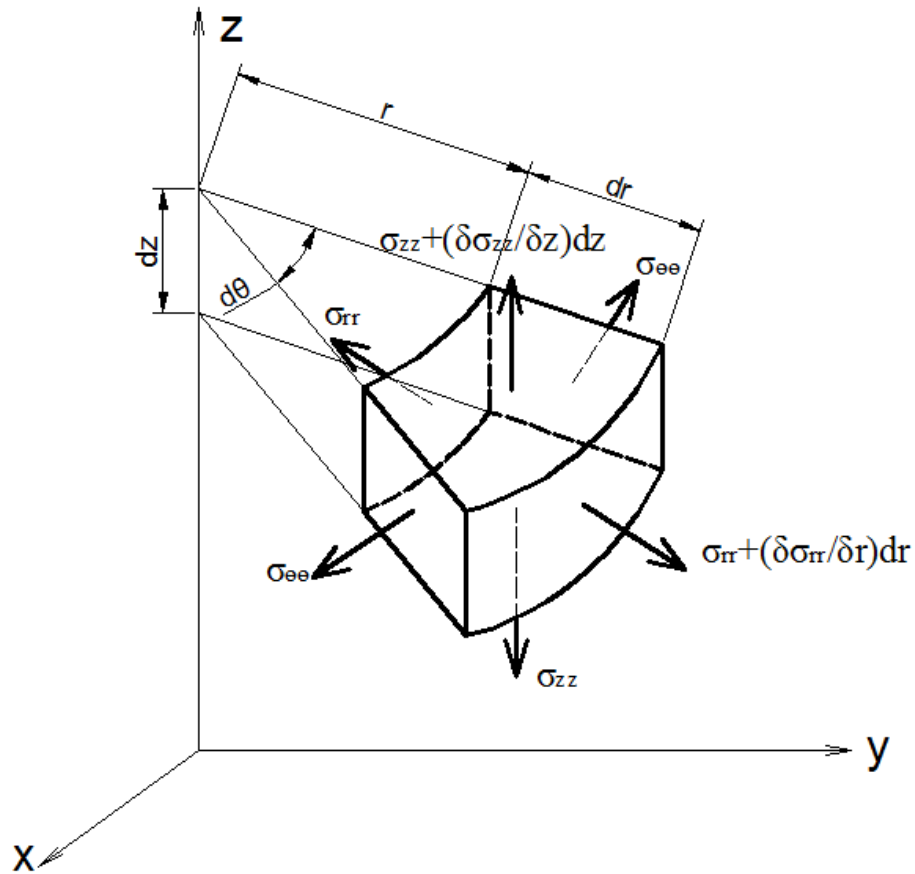


Рисунок 2.1.2 – Уравновешенный элемент среды в цилиндрической системе координат

В результате подстановки (2.1.6) в (2.1.2) и (2.1.1) закон Гука и уравнения равновесия упрощаются и принимают вид:

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{rr} + \lambda(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}); \\ \sigma_{\theta\theta} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}); \\ \sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{zz} + \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}). \end{cases} \quad (2.1.7)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (2.1.8)$$

Уравнения (2.1.4) – (2.1.8) справедливы для стали и бетона. В дальнейшем для обозначения физических величин, относящихся к стали при решении задачи о трубе, будем использовать верхний индекс «S» (steel), к бетону при решении задачи о цилиндре – верхний индекс «C» (concrete).

2.2 Задача о сжатии трубы

Рассмотрим задачу о трубе, которая является составной частью трубобетонной стойки, отдельно от задачи о бетонном ядре. Воздействие бетона заменяем равномерным давлением на внутреннюю поверхность трубы $p_{вн}$, при этом, считая, что это давление задано. Труба находится под действием осевой сжимающей силы P^S . Обозначим наружный и внутренний радиусы трубы – R_H и R_{BH} соответственно и длину h (Рисунок 2.2.1).

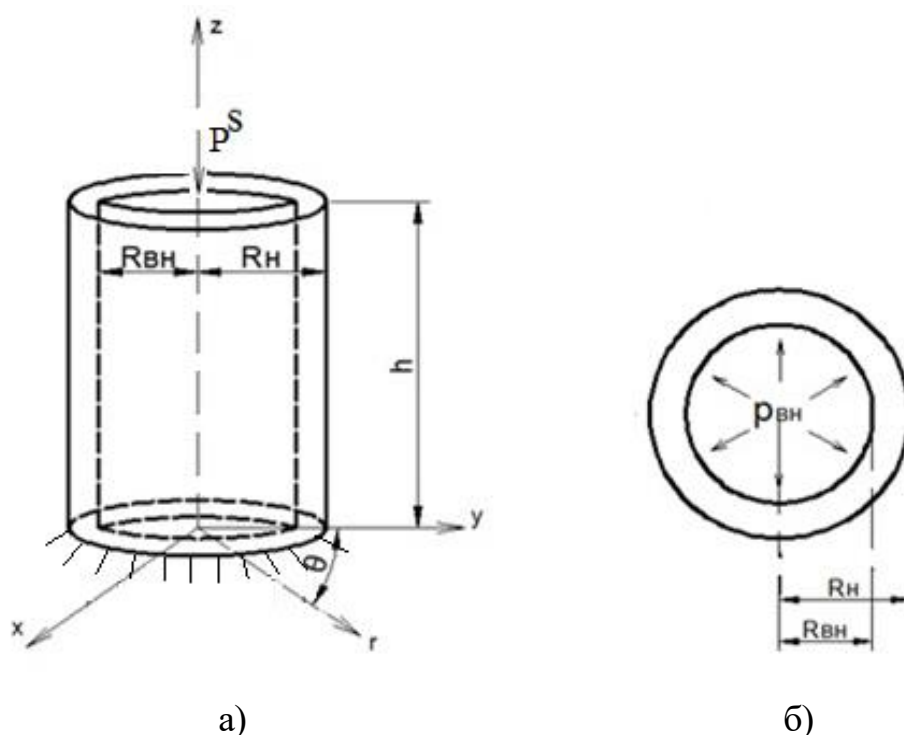


Рисунок 2.2.1 – Расчетная схема трубы:

а) общий вид трубы; б) поперечное сечение трубы

Задача о сжатии трубы также является осесимметричной и рассматривается в цилиндрической системе координат, поэтому для нее принимаются все предположения, описанные в параграфе 2.1., в частности в рассматриваемой задаче справедливы уравнения равновесия (2.1.8) и равенства для деформаций (2.1.5), закон Гука (2.1.7). Перепишем их с учетом введенного обозначения (индекс «S»):

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^S}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^S - \sigma_{\theta\theta}^S}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^S}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (2.2.1)$$

$$\varepsilon_{rr}^S = \frac{dU^S}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^S = \frac{U^S}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^S = \frac{dW^S}{dz}. \quad (2.2.2)$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{rr}^S + \lambda^S(\varepsilon_{\theta\theta}^S + \varepsilon_{zz}^S); \\ \sigma_{\theta\theta}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{\theta\theta}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{zz}^S); \\ \sigma_{zz}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{zz}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{\theta\theta}^S). \end{cases} \quad (2.2.3)$$

$$\lambda^S = \frac{E^S \nu^S}{(1 - 2\nu^S)(1 + \nu^S)}, \quad \mu^S = \frac{E^S}{2(1 + \nu^S)}. \quad (2.2.4)$$

Согласно (2.1.5) и (2.1.6) $\varepsilon_{rz}^S = \varepsilon_{r\theta}^S = \varepsilon_{\theta z}^S = 0$, $\sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0$.

Зададим условие опирания на нижнем торце трубы и ограничим осевые перемещения. Труба находится под действием осевой сжимающей силы P^S , однако характер распределения напряжений не известен. Наружная поверхность трубы свободна от нагрузок, а внутренняя поверхность находится под действием равномерного давления. Тогда справедливы краевые условия:

-условия на торцах:

$$\text{при } z = 0: W^S = 0; \quad (2.2.5a)$$

$$\text{при } z = h: \int_F \sigma_{zz}^S dF = -P^S; \quad (2.2.5b)$$

-условие на наружной поверхности трубы:

$$\text{при } r = R_{\text{н}}: \sigma_{rr}^S = 0; \quad (2.2.5c)$$

$$\sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0. \quad (2.2.5d)$$

-условие на внутренней поверхности трубы:

$$\text{при } r = R_{\text{вн}}: \sigma_{rr}^S = -p_{\text{вн}}; \quad (2.2.5e)$$

$$\sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0. \quad (2.2.5f)$$

Равенства (2.2.5d), (2.2.5f) выполняются автоматически в силу равенств (2.1.6).

Задача (2.2.1)-(2.2.5) является краевой задачей с двумя неизвестными функциями U^S и W^S . Для ее решения подставим равенства компонентов тензора деформаций (2.2.2) в закон Гука (2.2.3):

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = (\lambda^S + 2\mu^S) \frac{dU^S}{dr} + \lambda^S \left(\frac{U^S}{r} + \frac{dW^S}{dz} \right); \\ \sigma_{\theta\theta}^S = (\lambda^S + 2\mu^S) \frac{U^S}{r} + \lambda^S \left(\frac{dU^S}{dr} + \frac{dW^S}{dz} \right); \\ \sigma_{zz}^S = (\lambda^S + 2\mu^S) \frac{dW^S}{dz} + \lambda^S \left(\frac{dU^S}{dr} + \frac{U^S}{r} \right). \end{cases} \quad (2.2.6)$$

В результате подстановки уравнений радиальных σ_{rr}^S и тангенциальных $\sigma_{\theta\theta}^S$ напряжений (2.2.6) в первое уравнение равновесия (2.2.1) получаем:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 U^S}{dr^2} (\lambda^S + 2\mu^S) + \frac{dU^S}{dr} \cdot \frac{1}{r} \lambda^S - U^S \frac{1}{r^2} \lambda^S + \\ & + \frac{1}{r} \left((\lambda^S + 2\mu^S) \left(\frac{dU^S}{dr} - \frac{U^S}{r} \right) + \lambda^S \left(\frac{U^S}{r} - \frac{dU^S}{dr} \right) \right) = 0, \\ & \frac{d^2 U^S}{dr^2} + \frac{dU^S}{dr} \cdot \frac{1}{r} - U^S \frac{1}{r^2} = 0. \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Преобразуем полученное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами (2.2.7) в уравнение с постоянными коэффициентами, используя замену:

$$\begin{aligned} r = e^t, \quad t = \ln r, \quad \frac{dU^S}{dr} &= \frac{dU^S}{dt} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{dU^S}{dt} \cdot \frac{1}{r}, \quad \frac{d^2 U^S}{dr^2} = \frac{d^2 U^S}{dt dr} \cdot \frac{1}{r} - \frac{dU^S}{dt} \cdot \frac{1}{r^2}, \\ \frac{d^2 U^S}{dt dr} &= \frac{d^2 U^S}{dt^2} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{d^2 U^S}{dt^2} \cdot \frac{1}{r}, \quad \frac{d^2 U^S}{dr^2} = \frac{d^2 U^S}{dt^2} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{dU^S}{dt} \cdot \frac{1}{r^2}. \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Полученные равенства (2.2.8) подставим в уравнение (2.2.7):

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 U^S}{dt^2} \cdot \frac{1}{r^2} - U^S \frac{1}{r^2} = 0, \\ & \frac{d^2 U^S}{dt^2} - U^S = 0. \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

Уравнение (2.2.9) является однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение данного уравнения имеет вид:

$$U^S = C_1^S r + C_2^S \frac{1}{r}, \quad (2.2.10)$$

где C_1^S, C_2^S – неизвестные константы интегрирования.

Используем второе уравнение равновесия (2.2.1). В результате подстановки равенства для осевых напряжений σ_{zz}^S системы (2.2.6) во второе уравнение равновесия (2.2.1) получаем:

$$\frac{d^2 W^S}{dz^2} \cdot (\lambda^S + 2\mu^S) = 0. \quad (2.2.11)$$

Решение дифференциального уравнения второго порядка (2.2.11) имеет вид:

$$W^S = C_3^S z + C_4^S, \quad (2.2.12)$$

где C_3^S, C_4^S – неизвестные константы интегрирования.

Подставляя уравнения перемещений U^S (2.2.10) и W^S (2.2.12) в равенства (2.2.2), преобразовываем систему уравнений (2.2.6):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}^S &= C_1^S - C_2^S \frac{1}{r^2}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^S = C_1^S + C_2^S \frac{1}{r^2}, \quad \varepsilon_{zz}^S = C_3^S, \\ \left\{ \begin{aligned} \sigma_{rr}^S &= (\lambda^S + 2\mu^S) \left(C_1^S - C_2^S \frac{1}{r^2} \right) + \\ &+ \lambda^S \left(C_1^S + C_2^S \frac{1}{r^2} + C_3^S \right); \\ \sigma_{\theta\theta}^S &= (\lambda^S + 2\mu^S) \left(C_1^S + C_2^S \frac{1}{r^2} + C_3^S \right) + \\ &+ \lambda^S \left(C_1^S - C_2^S \frac{1}{r^2} + C_3^S \right); \\ \sigma_{zz}^S &= (\lambda^S + 2\mu^S) C_3^S + \lambda^S (2C_1^S). \end{aligned} \right. \quad (2.2.13) \end{aligned}$$

Из третьего равенства системы (2.2.13) осевые напряжения σ_{zz}^S являются величиной постоянной в каждой точке трубы. Обозначим величину этих напряжений с обратным знаком как давление в продольном направлении p^S .

$$\sigma_{zz}^S = -p^S. \quad (2.2.14)$$

Для окончательного вывода равенств, позволяющих определить значения напряжений в трубе, необходимо определение констант интегрирования C_1^S, C_2^S, C_3^S .

Подставляем первое и второе уравнения напряжений системы (2.2.13) в краевые условия на внутренней и наружной поверхностях трубы (2.2.5с), (2.2.5е), в третьем уравнении системы (2.2.13) учтем введенное обозначение (2.2.14):

$$\begin{cases} r = R_H: \sigma_{rr}^S = (\lambda^S + 2\mu^S) \left(C_1^S - C_2^S \frac{1}{R_H^2} \right) + \\ \quad + \lambda^S \left(C_1^S + C_2^S \frac{1}{R_H^2} + C_3^S \right) = 0; \\ r = R_{\text{BH}}: \sigma_{rr}^S = (\lambda^S + 2\mu^S) \left(C_1^S - C_2^S \frac{1}{R_{\text{BH}}^2} \right) + \\ \quad + \lambda^S \left(C_1^S + C_2^S \frac{1}{R_{\text{BH}}^2} + C_3^S \right) = -p_{\text{BH}}; \\ (\lambda^S + 2\mu^S)C_3^S + \lambda^S(2C_1^S) = -p^S. \end{cases} \quad (2.2.15)$$

Решаем систему линейных алгебраических уравнений (2.2.15) относительно неизвестных C_1^S, C_2^S, C_3^S :

$$C_1^S = p^S \cdot \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} + p_{\text{BH}} \left(\frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_H^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right). \quad (2.2.16)$$

$$C_2^S = p_{\text{BH}} \left(\frac{R_H^2 \cdot R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(R_H^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right). \quad (2.2.17)$$

$$C_3^S = -p^S \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} - p_{\text{BH}} \frac{\lambda^S R_{\text{BH}}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_H^2 - R_{\text{BH}}^2)}. \quad (2.2.18)$$

В результате подстановки определенных констант интегрирования C_1^S, C_2^S, C_3^S (2.2.16)-(2.2.18) в уравнения системы (2.2.13) получаем искомые формулы определения напряжений в трубе, зависимые от величины внешней нагрузки и размеров трубы:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = \frac{p_{\text{BH}} \cdot R_{\text{BH}}^2 \cdot (r^2 - R_H^2)}{(R_H^2 - R_{\text{BH}}^2)r^2}; \\ \sigma_{zz}^S = -p^S; \\ \sigma_{\theta\theta}^S = \frac{p_{\text{BH}} \cdot R_{\text{BH}}^2 \cdot (r^2 + R_H^2)}{(R_H^2 - R_{\text{BH}}^2)r^2}. \end{cases} \quad (2.2.19)$$

Следующим этапом решения пространственной задачи об осевом сжатии трубобетонной стойки является определение выражений для напряжений, возникающих в бетонном цилиндре.

2.3 Задача о сжатии цилиндра

Рассмотрим задачу о бетонном цилиндре, который является составной частью трубобетонной стойки, отдельно от задачи о трубе. Воздействие стальной трубы заменяем равномерным давлением на внешнюю боковую поверхность цилиндра p_n , при этом, считая, что это давление задано. Рассматриваемая конструкция представляет собой цилиндр с наружным радиусом - R_H и высотой h . Цилиндр находится под действием продольной сжимающей силы P^C (Рисунок 2.3.1).

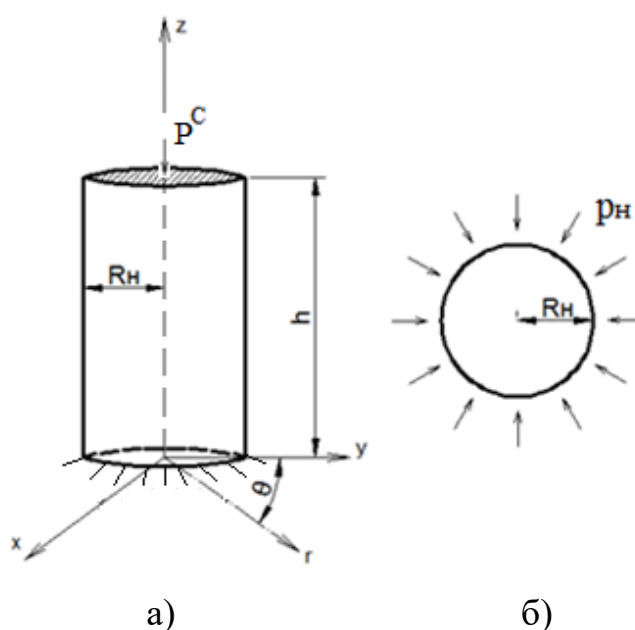


Рисунок 2.3.1 – Расчетная схема цилиндра:

а) общий вид бетонного цилиндра; б) поперечное сечение бетонного цилиндра

Задача о сжатии цилиндра также является осесимметричной и рассматривается в цилиндрической системе координат, поэтому для нее принимаются все предположения, описанные в параграфе 2.1, в частности в рассматриваемой задаче справедливы уравнения равновесия (2.1.8) и равенства для деформаций (2.1.5), закон Гука (2.1.7). Перепишем их с учетом введенного обозначения (индекс «С»):

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^C}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^C - \sigma_{\theta\theta}^C}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^C}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (2.3.1)$$

$$\varepsilon_{rr}^C = \frac{dU^C}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^C = \frac{U^C}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^C = \frac{dW^C}{dz}. \quad (2.3.2)$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{rr}^C + \lambda^C(\varepsilon_{\theta\theta}^C + \varepsilon_{zz}^C); \\ \sigma_{\theta\theta}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{\theta\theta}^C + \lambda^C(\varepsilon_{rr}^C + \varepsilon_{zz}^C); \\ \sigma_{zz}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{zz}^C + \lambda^C(\varepsilon_{rr}^C + \varepsilon_{\theta\theta}^C). \end{cases} \quad (2.3.3)$$

$$\lambda^C = \frac{E^C \nu^C}{(1 - 2\nu^C)(1 + \nu^C)}, \quad \mu^C = \frac{E^C}{2(1 + \nu^C)} \quad (2.3.4)$$

Согласно (2.1.5) и (2.1.6) $\varepsilon_{rz}^C = \varepsilon_{r\theta}^C = \varepsilon_{\theta z}^C = 0$, $\sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = 0$.

Зададим условие опирания на нижнем торце цилиндра и ограничим осевые перемещения. Цилиндр находится под действием осевой сжимающей силы P^C , однако характер распределения напряжений не известен. Радиальные напряжения на наружной поверхности цилиндра равны значению давления p_H с обратным знаком. Тогда справедливы краевые условия:

-условия на торцах:

$$\text{при } z = 0: W^C = 0; \quad (2.3.5a)$$

$$\text{при } z = h: \int_F \sigma_{zz}^C dF = -P^C; \quad (2.3.5b)$$

-условие на наружной поверхности цилиндра:

$$\text{при } r = R_H: \sigma_{rr}^C = -p_H; \quad (2.3.5c)$$

$$\sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = 0. \quad (2.3.5d)$$

Равенства (2.3.5d) выполняются автоматически в силу равенств (2.1.6).

Задача (2.3.1) – (2.3.5) является краевой задачей с двумя неизвестными функциями U^C и W^C . Для ее решения подставим равенства компонентов тензора деформаций (2.3.2) в закон Гука (2.3.3):

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^C = (\lambda^C + 2\mu^C) \frac{dU^C}{dr} + \lambda^C \left(\frac{U^C}{r} + \frac{dW^C}{dz} \right); \\ \sigma_{\theta\theta}^C = (\lambda^C + 2\mu^C) \frac{U^C}{r} + \lambda^C \left(\frac{dU^C}{dr} + \frac{dW^C}{dz} \right); \\ \sigma_{zz}^C = (\lambda^C + 2\mu^C) \frac{dW^C}{dz} + \lambda^C \left(\frac{dU^C}{dr} + \frac{U^C}{r} \right). \end{cases} \quad (2.3.6)$$

В результате подстановки уравнений радиальных σ_{rr}^C и тангенциальных $\sigma_{\theta\theta}^C$ напряжений (2.3.6) в первое уравнение равновесия (2.3.1) получаем:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 U^C}{dr^2} (\lambda^C + 2\mu^C) + \frac{dU^C}{dr} \cdot \frac{1}{r} \lambda^C - U^C \frac{1}{r^2} \lambda^C + \\ & + \frac{1}{r} \left((\lambda^C + 2\mu^C) \left(\frac{dU^C}{dr} - \frac{U^C}{r} \right) + \lambda^C \left(\frac{U^C}{r} - \frac{dU^C}{dr} \right) \right) = 0, \\ & \frac{d^2 U^C}{dr^2} + \frac{dU^C}{dr} \cdot \frac{1}{r} - U^C \frac{1}{r^2} = 0. \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

Преобразуем полученное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами (2.3.7) в уравнение с постоянными коэффициентами, используя замену:

$$\begin{aligned} r = e^t, \quad t = \ln r, \quad \frac{dU^C}{dr} &= \frac{dU^C}{dt} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{dU^C}{dt} \cdot \frac{1}{r}, \\ \frac{d^2 U^C}{dr^2} &= \frac{d^2 U^C}{dt dr} \cdot \frac{1}{r} - \frac{dU^C}{dt} \cdot \frac{1}{r^2}, \\ \frac{d^2 U^C}{dt dr} &= \frac{d^2 U^C}{dt^2} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{d^2 U^C}{dt^2} \cdot \frac{1}{r}, \quad \frac{d^2 U^C}{dr^2} = \frac{d^2 U^C}{dt^2} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{dU^C}{dt} \cdot \frac{1}{r^2}. \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

Полученные равенства (2.3.8) подставим в уравнение (2.3.7):

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 U^C}{dt^2} \cdot \frac{1}{r^2} - U^C \frac{1}{r^2} = 0, \\ & \frac{d^2 U^C}{dt^2} - U^C = 0. \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

Уравнение (2.3.9) является дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение данного уравнения имеет вид:

$$U^C = C_1^C r + C_2^C \frac{1}{r}, \quad (2.3.10)$$

где $C_2^C = 0$, так как перемещения во всех точках сечения имеют конечное значение, C_1^C – неизвестная константа интегрирования.

Используем второе уравнение равновесия (2.3.1). В результате подстановки равенства для осевых напряжений σ_{zz}^C системы (2.3.6) во второе уравнение равновесия (2.3.1) получаем:

$$\frac{d^2 W^C}{dz^2} \cdot (\lambda^C + 2\mu^C) = 0. \quad (2.3.11)$$

Решение дифференциального уравнения второго порядка (2.3.11) имеет вид:

$$W^C = C_3^C z + C_4^C, \quad (2.3.12)$$

где C_3^C, C_4^C – неизвестные константы интегрирования.

Подставляя уравнения перемещений U^C (2.3.10) и W^C (2.3.12) в равенства (2.3.2), преобразовываем систему уравнений (2.3.3):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}^C &= C_1^C, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^C = C_1^C, \quad \varepsilon_{zz}^C = C_3^C, \\ \begin{cases} \sigma_{rr}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)C_1^C + \lambda^C(C_1^C + C_3^C); \\ \sigma_{\theta\theta}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)C_1^C + \lambda^C(C_1^C + C_3^C); \\ \sigma_{zz}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)C_3^C + \lambda^C \cdot 2C_1^C. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

Из третьего равенства системы (2.3.13) осевые напряжения σ_{zz}^C являются величиной постоянной в каждой точке цилиндра. Обозначим величину этих напряжений с обратным знаком как давление в продольном направлении p^C .

$$\sigma_{zz}^C = -p^C. \quad (2.3.14)$$

Для окончательного вывода равенств, позволяющих определить значения напряжений в цилиндре, необходимо определение констант интегрирования C_1^C, C_3^C . Подставляем первое уравнение напряжений системы (2.3.13) в краевое условие на наружной поверхности цилиндра (2.3.5с), во втором уравнении системы (2.3.13) учтем введенное обозначение (2.3.14):

$$\begin{cases} r = R_H: \sigma_{rr}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)C_1^C + \lambda^C(C_1^C + C_3^C) = -p_H; \\ \sigma_{zz}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)C_3^C + \lambda^C \cdot 2C_1^C = -p^C. \end{cases} \quad (2.3.15)$$

Решим систему линейных алгебраических уравнений (2.3.15) относительно неизвестных C_1^C, C_3^C :

$$C_1^C = \frac{-p_n(\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C) + (\lambda^C)^2) + p^C(\lambda^C + \mu^C)\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)(\lambda^C + \mu^C)}, \quad (2.3.16)$$

$$C_3^C = \frac{p_n \cdot \lambda^C - p^C(\lambda^C + \mu^C)}{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)}. \quad (2.3.17)$$

В результате подстановки определенных констант интегрирования C_1^C, C_3^C (2.3.16), (2.3.17) в уравнения напряжений системы (2.3.13) получаем уравнения для напряжений, возникающих в бетонном цилиндре от действия внешней нагрузки:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^C = -p_n; \\ \sigma_{zz}^C = -p^C; \\ \sigma_{\theta\theta}^C = -p_n. \end{cases} \quad (2.3.18)$$

Далее на основе полученных решений при рассмотрении задач о трубе и цилиндре в отдельности, рассмотрим задачу об осевом сжатии двусоставного цилиндра.

2.4 Задача о сжатии традиционной трубобетонной стойки

Конструкция двусоставного цилиндра (Рисунок 2.4.1) представляет собой бетонный цилиндр радиусом R_{BH} , заключенный в стальную трубу с наружным радиусом R_H . Осевая сжимающая нагрузка прикладывается на все сечение традиционной трубобетонной стойки, включая и стальную трубу, и бетонное ядро.

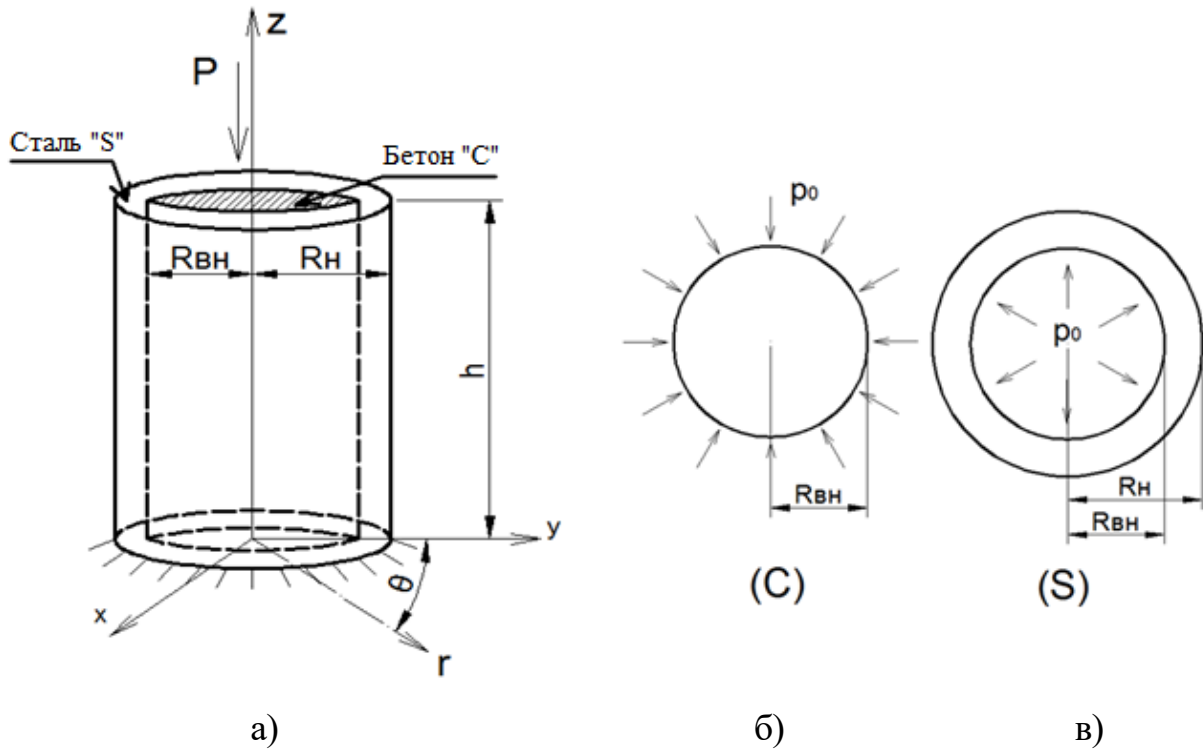


Рисунок 2.4.1 – Расчетная схема трубобетонной стойки:

а) общий вид трубобетонной стойки; б) сечение бетонного ядра стойки;

в) сечение стальной трубы стойки

Уравнения напряженно-деформированного состояния стали и бетонного ядра

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{rr}^S + \lambda^S(\varepsilon_{\theta\theta}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{\theta\theta}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{\theta\theta}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{zz}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{zz}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{\theta\theta}^S), \end{cases}$$

$$\lambda^S = \frac{E^S \nu^S}{(1 - 2\nu^S)(1 + \nu^S)}, \mu^S = \frac{E^S}{2(1 + \nu^S)}.$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{rr}^C + \lambda^C(\varepsilon_{\theta\theta}^C + \varepsilon_{zz}^C), \\ \sigma_{\theta\theta}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{\theta\theta}^C + \lambda^C(\varepsilon_{rr}^C + \varepsilon_{zz}^C), \\ \sigma_{zz}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{zz}^C + \lambda^C(\varepsilon_{rr}^C + \varepsilon_{\theta\theta}^C), \end{cases}$$

$$\lambda^C = \frac{E^C \nu^C}{(1 - 2\nu^C)(1 + \nu^C)}, \mu^C = \frac{E^C}{2(1 + \nu^C)},$$

уравнения равновесия в случае осесимметричной задачи

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_{rr}^S}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^S}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr}^S - \sigma_{\theta\theta}^S}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^S}{\partial z} = 0. \end{array} \right., \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_{rr}^C}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^C}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr}^C - \sigma_{\theta\theta}^C}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^C}{\partial z} = 0, \end{array} \right.$$

а также равенства определения деформаций

$$\varepsilon_{rr}^S = \frac{dU^S}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^S = \frac{U^S}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^S = \frac{dW^S}{dz}, \quad \varepsilon_{rr}^C = \frac{dU^C}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^C = \frac{U^C}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^C = \frac{dW^C}{dz}$$

справедливы в постановке рассматриваемой задачи.

Стойка находится под действием осевой сосредоточенной силы P , однако характер распределение нагрузки на стальную оболочку и бетонное ядро не известен. Задачу будем рассматривать в постановке Сен-Венана, в соответствии с принципом которого ставится интегральное краевое условие на торце:

$$\text{при } z = h: \int_F \sigma_{zz} dF = \int_{F^S} \sigma_{zz}^S dF^S + \int_{F^C} \sigma_{zz}^C dF^C = -P; \quad (2.4.1)$$

Также на нижнем торце стойки отсутствуют продольные перемещения точек, что связано с условием опирания $W^C = W^S = 0$ (при $z = 0$). На наружной поверхности стальной трубы радиальные напряжения $\sigma_{rr}^S = 0$ (при $r = R_H$).

Решение задачи о сжатии традиционной труботетонной стойки будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 2.2 и цилиндра в – 2.3. В этих задачах осевые напряжения в трубе с площадью сечения F^S являются постоянной величиной и выражены через давление на трубу p^S (2.2.14), а осевые напряжения в бетонном цилиндре с площадью сечения F^C также являются постоянной величиной и выражены через давление на цилиндр p^C (2.3.14), тогда интеграл продольных напряжений по площади сечения стойки (2.4.1) может быть раскрыт. Краевые условия принимают вид:

-условия на торцах:

$$1) \text{ при } z = 0: W^C = W^S = 0; \quad (2.4.2a)$$

$$2) \text{ при } z = h: \int_F \sigma_{zz} dF = -p^S \cdot F^S - p^C \cdot F^C = -P; \quad (2.4.2b)$$

-условие на наружной поверхности цилиндра:

$$3) \text{ при } r = R_H: \sigma_{rr}^S = 0. \quad (2.4.2c)$$

Для обеспечения совместной работы стальной трубы и бетонного цилиндра традиционной труботонной стойки в поперечном направлении необходимо выполнение условий сопряжения бетона-стали, а именно равенство радиальных напряжений и перемещений, в продольном направлении – равенство продольных перемещений вдоль оси z на контакте стальной трубы и бетонного ядра (при $r = R_{\text{вн}}$). Тогда условия сопряжения стали-бетона принимают вид:

$$1) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S; \quad (2.4.3a)$$

$$2) U^C = U^S; \quad (2.4.3b)$$

$$3) W^C = W^S; \quad (2.4.3c)$$

$$4) \sigma_{rz}^C = \sigma_{rz}^S, \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{r\theta}^S, \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{\theta z}^S. \quad (2.4.3d)$$

Так как решение задачи о сжатии традиционной труботонной стойки будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 2.2 и цилиндра в – 2.3, где согласно (2.2.5f) и (2.3.5d) касательные напряжения для стали и бетона равны нулю, то равенства (2.4.3d) будут выполняться автоматически и могут быть переписаны в виде:

$$\sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0.$$

По (2.3.18) радиальные напряжения в бетонном ядре являются постоянной величиной $\sigma_{rr}^C = -p_{\text{н}}$, где $p_{\text{н}}$ – давление на цилиндр со стороны трубы. По (2.2.5) на внутренней поверхности трубы $\sigma_{rr}^S = -p_{\text{вн}}$ (при $r = R_{\text{вн}}$), где $p_{\text{вн}}$ – давление на трубу со стороны бетонного ядра. Согласно первому условию сопряжения (2.4.3a) радиальные напряжения на контакте стальной трубы и бетонного ядра совпадают $\sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S$ (при $r = R_{\text{вн}}$). Тогда обозначим давление взаимодействия стали и бетона как $p_{\text{н}} = p_{\text{вн}} = p_0$, и напряжениям на контакте трубы и ядра соответствует равенство $\sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S = -p_0$ (при $r = R_{\text{вн}}$).

Применим результаты решения задачи о бетонном цилиндре (параграф 2.3), учитывая условия рассматриваемой задачи и заменяя $p_{\text{н}}$ на p_0 . Согласно полученной ранее системе уравнений (2.3.18) напряжения, возникающие в бетонном цилиндре, определены следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^c = -p_0 ; \\ \sigma_{zz}^c = -p^c ; \\ \sigma_{\theta\theta}^c = -p_0 . \end{cases} \quad (2.4.4)$$

Формулы констант интегрирования для бетонного цилиндра (2.3.16), (2.3.17) с учетом (2.4.4) принимают вид:

$$C_1^c = \frac{-p_0(\mu^c(3\lambda^c + 2\mu^c) + (\lambda^c)^2) + p^c(\lambda^c + \mu^c)\lambda^c}{2\mu^c(3\lambda^c + 2\mu^c)(\lambda^c + \mu^c)}. \quad (2.4.5)$$

$$C_4^c = \frac{p_0 \cdot \lambda^c - p^c(\lambda^c + \mu^c)}{\mu^c(3\lambda^c + 2\mu^c)}. \quad (2.4.6)$$

Подставляем формулы (2.4.5), (2.4.6) в уравнения радиальных и продольных перемещений (2.3.10), (2.3.12), полученных при рассмотрении задачи о цилиндре:

$$U^c = \frac{-p_0(\mu^c(3\lambda^c + 2\mu^c) + (\lambda^c)^2) + p^c(\lambda^c + \mu^c)\lambda^c}{2\mu^c(3\lambda^c + 2\mu^c)(\lambda^c + \mu^c)} \cdot r. \quad (2.4.7)$$

$$W^c = \frac{p_0 \cdot \lambda^c - p^c(\lambda^c + \mu^c)}{\mu^c(3\lambda^c + 2\mu^c)} \cdot z + C_5^c.$$

Согласно первому краевому условию (2.4.2а) в нижнем торце невозможны осевые продольные перемещения, а значит $C_5^c = 0$.

$$W^c = \frac{p_0 \cdot \lambda^c - p^c(\lambda^c + \mu^c)}{\mu^c(3\lambda^c + 2\mu^c)} \cdot z. \quad (2.4.8)$$

Определим напряжения и перемещения, возникающие в трубе. Применим результаты решения задачи о сжатии трубы (параграф 2.2.), учитывая условия рассматриваемой задачи и заменяя $p_{\text{вн}}$ на p_0 . На основе полученных уравнений (2.2.19) напряжения, возникающие в стальной трубе определены следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^s = \frac{p_0 \cdot R_{\text{вн}}^2 \cdot (r^2 - R_{\text{вн}}^2)}{(R_{\text{вн}}^2 - R_{\text{вн}}^2)r^2} ; \\ \sigma_{zz}^s = -p^s ; \\ \sigma_{\theta\theta}^s = \frac{p_0 \cdot R_{\text{вн}}^2 \cdot (r^2 + R_{\text{вн}}^2)}{(R_{\text{вн}}^2 - R_{\text{вн}}^2)r^2} . \end{cases} \quad (2.4.9)$$

Используя выведенные уравнения констант интегрирования (2.2.16)-(2.2.18) получаем:

$$C_1^S = p^S \cdot \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} + p_0 \left(\frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right). \quad (2.4.10)$$

$$C_2^S = p_0 \left(\frac{R_{\text{H}}^2 \cdot R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right). \quad (2.4.11)$$

$$C_3^S = -p^S \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} - p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{BH}}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)}. \quad (2.4.12)$$

Подставляем выражения для констант интегрирования (2.4.10)-(2.4.12) в полученные ранее уравнения радиальных и продольных перемещений в общем виде (2.2.10), (2.2.12) :

$$U^S = \left(p^S \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} + p_0 \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right) \cdot r + \\ + p_0 \left(\frac{R_{\text{H}}^2 \cdot R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right) \frac{1}{r} \quad (2.4.13)$$

$$W^S = \left(-p^S \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} - p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{BH}}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right) \cdot z + C_4^S.$$

Согласно первому краевому условию (2.4.2a) продольные перемещения нижнего торца стойки невозможно, следовательно $C_4^S = 0$.

$$W^S = \left(-p^S \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} - p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{BH}}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right) \cdot z. \quad (2.4.14)$$

Приравниваем выражения радиальных перемещений (2.4.7) и (2.4.13) согласно второму условию сопряжения бетона и стали (2.4.3b) при $r=R_{\text{BH}}$:

$$\frac{-p_0(\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C) + (\lambda^C)^2) + p^C(\lambda^C + \mu^C)\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)(\lambda^C + \mu^C)} \cdot R_{\text{BH}} = \\ = \left(p^S \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} + p_0 \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right) \cdot R_{\text{BH}} + \\ + p_0 \left(\frac{R_{\text{H}}^2 \cdot R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right) \frac{1}{R_{\text{BH}}}. \quad (2.4.15)$$

Приравниваем выражения продольных перемещений (2.4.8) и (2.4.14) согласно третьему условию сопряжения бетона и стали (2.4.3c) при $r=R_{\text{BH}}$:

$$\begin{aligned} & \frac{p_0 \cdot \lambda^C - p^C(\lambda^C + \mu^C)}{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)} = \\ & = -p^S \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} - p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{BH}}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_H^2 - R_{\text{BH}}^2)}. \end{aligned} \quad (2.4.16)$$

Решаем систему линейных алгебраических уравнений (2.4.15) и (2.4.16) относительно неизвестных p^C , p^S и получим следующие формулы:

$$p^C = p_0 \frac{-Y(K + L) + D(2J + \alpha)}{HD - YJ}, \quad (2.4.17)$$

$$p^S = p_0 \frac{J(2J + \alpha) - H(K + L)}{HD - YJ}, \quad (2.4.18)$$

$$\begin{aligned} \text{где } Y &= \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)}, K = \frac{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S) + (\lambda^S)^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{R_{\text{BH}}^2}{R_H^2 - R_{\text{BH}}^2} + \frac{R_H^2}{2\mu^S(R_H^2 - R_{\text{BH}}^2)}, \\ D &= \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)}, \alpha = \frac{\lambda^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{R_{\text{BH}}^2}{R_H^2 - R_{\text{BH}}^2}, \\ L &= \frac{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C) + (\lambda^C)^2}{2\mu^C(\lambda^C + \mu^C)(3\lambda^C + 2\mu^C)}, H = \frac{(\lambda^C + \mu^C)}{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)}, J = \frac{\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)}. \end{aligned}$$

Подставляем формулы (2.4.17), (2.4.18) в равенство, справедливое согласно краевым условиям на торцах (2.4.2b), и определяем давление на контакте стальной трубы и бетонного ядра:

$$p_0 = P \frac{YJ - HD}{T}, \quad (2.4.19)$$

$$\text{где } T = F^C(Y(K + L) - D(2J + \alpha)) + F^S(H(K + L) - J(2J + \alpha)). \quad (2.4.20)$$

Тогда, согласно (2.4.17) – (2.4.18) давления на бетонное ядро и стальную трубу определяются:

$$p^C = P \frac{Y(K + L) - D(2J + \alpha)}{T}, \quad (2.4.21)$$

$$p^S = P \frac{H(K + L) - J(2J + \alpha)}{T}. \quad (2.4.22)$$

Формулы (2.4.19) – (2.4.22) являются решение задачи о сжатии традиционной трубобетонной стойки.

Для большей наглядности и анализа полученного результата рассмотрим формулу давления p_0 (2.4.19). Определим знак знаменателя данной формулы. Рассмотрим часть выражения (2.4.20)

$$\begin{aligned}
 & Y(K + L) - D(2J + \alpha) = \\
 & = \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} \left(\frac{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S) + (\lambda^S)^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{F^C}{F^S} + \frac{F^S + F^C}{2\mu^S F^S} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C) + (\lambda^C)^2}{2\mu^C(\lambda^C + \mu^C)(3\lambda^C + 2\mu^C)} \right) + \\
 & \quad - \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} \left(\frac{2\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)} + \frac{\lambda^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{F^C}{F^S} \right). \tag{2.4.23}
 \end{aligned}$$

Введем обозначения $A = \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)$, $B = \mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)$ и упростим выражение (2.4.23)

$$\begin{aligned}
 Y(K + L) - D(2J + \alpha) &= \frac{F^C}{F^S} \left(\frac{A\lambda^S + A2\mu^S + \mu^S(\lambda^S)^2}{2A^2(\lambda^S + \mu^S)} \right) + \\
 &+ \frac{1}{2AB} \left(\frac{\lambda^C\mu^S(2\lambda^S + 3\mu^C) + 2(\mu^C)^2(\lambda^S + \mu^S) + \mu^S(\lambda^C)^2}{(\lambda^C + \mu^C)} \right) + \\
 &+ \frac{(\lambda^S + \mu^S)(F^S + F^C)}{2A\mu^S F^S}. \tag{2.4.24}
 \end{aligned}$$

Рассмотрим другую часть выражения (2.4.20)

$$\begin{aligned}
 & H(K + L) - J(2J + \alpha) = \\
 & = \frac{(\lambda^C + \mu^C)}{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)} \left(\frac{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S) + (\lambda^S)^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{F^C}{F^S} + \frac{F^S + F^C}{2\mu^S F^S} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C) + (\lambda^C)^2}{2\mu^C(\lambda^C + \mu^C)(3\lambda^C + 2\mu^C)} \right) - \\
 & \quad - \frac{\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)} \left(\frac{2\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)} + \frac{\lambda^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{F^C}{F^S} \right) = \\
 & = \frac{F^C}{F^S} \left(\frac{\mu^C(\lambda^S)^2 + 2(\mu^S)^2(\lambda^C + \mu^C) + \lambda^S\mu^S(2\lambda^C + 3\mu^C)}{2AB(\lambda^S + \mu^S)} \right) + \\
 & \quad + \frac{(\lambda^C + \mu^C)}{2B(\lambda^C + \mu^C)} + \frac{(\lambda^C + \mu^C)(F^S + F^C)}{2B\mu^S F^S}. \tag{2.4.25}
 \end{aligned}$$

Очевидно, что выражения (2.4.24) и (2.4.25) имеют положительный знак, а значит знаменатель (2.4.20) равенства для нахождения давления p_0 (2.4.19) также является положительной величиной. Рассмотрим числитель равенства (2.4.19).

$$\begin{aligned}
 YJ - HD &= \\
 &= \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)} - \frac{(\lambda^C + \mu^C)}{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)} \cdot \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} = \\
 &= \frac{1}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)} \cdot \frac{1}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} (\lambda^C(\lambda^S + \mu^S) - \lambda^S(\lambda^C + \mu^C)) = (2.4.26) \\
 &= \frac{(\lambda^S + \mu^S)(\lambda^C + \mu^C)}{2\mu^C\mu^S(3\lambda^C + 2\mu^C)(3\lambda^S + 2\mu^S)} \left(\frac{\lambda^C}{\lambda^C + \mu^C} - \frac{\lambda^S}{\lambda^S + \mu^S} \right) = \\
 &= \frac{(\lambda^S + \mu^S)(\lambda^C + \mu^C)}{\mu^C\mu^S(3\lambda^C + 2\mu^C)(3\lambda^S + 2\mu^S)} (v^C - v^S).
 \end{aligned}$$

Подставим развернутое выражение (2.4.26) в формулу давления (2.4.19):

$$p_0 = P \frac{(\lambda^S + \mu^S)(\lambda^C + \mu^C)}{T\mu^C\mu^S(3\lambda^C + 2\mu^C)(3\lambda^S + 2\mu^S)} (v^C - v^S) \quad (2.4.27)$$

Ранее было показано, что величина $T > 0$, значение нагрузки P не может быть отрицательной величиной по условиям задачи, константы Ламе $\lambda^S, \mu^S, \lambda^C, \mu^C$ также являются положительными, поэтому знак давления взаимодействия стали и бетона (2.4.27) полностью определяется разностью коэффициентов Пуассона бетона и стали. Известно, что коэффициент Пуассона бетона $\nu^C=0,2$ согласно СП [67], стали $\nu^S=0,3$ согласно СП [65]. В следствии разности коэффициентов Пуассона напряжения обжатия p_0 (2.4.27) являются отрицательной величиной, следовательно согласно формуле (2.4.4) радиальные напряжения в бетонном ядре

$$\sigma_{rr}^C > 0, \quad (2.4.28)$$

а значит являются растягивающими, в связи с чем происходит отрыв бетонного ядра от стальной трубы, а значит их совместная работа не реализуется. Следствием этого является опасность местной потери устойчивости стенки трубы, что ведет к снижению несущей способности всей конструкции.

Для предотвращения отрыва бетонного ядра в нормативных документах [66; 85] Предлагаются некоторые устройства, в том числе анкеры по внутренней

поверхности трубы, однако, следует иметь ввиду, что наличие анкеров не может изменить знак радиальных напряжений (2.4.28). Следовательно, даже при отсутствии отрыва трубы от бетонного ядра, бетонное ядро подвергается радиальному растяжению с последующим разрушением, в связи с тем, что прочность бетона при работе на растяжение мала. Указанный недостаток традиционных трубобетонных стоек не может быть исправлен с помощью анкеров или похожих приспособлений, и, следовательно, является неустранимым.

Следует отметить, что в основу расчета традиционных трубобетонных стоек согласно нормативной документации СП 266.1325800.2016 положено утверждение об обжатии бетонного ядра стальной трубой, т.е. считается, что радиальные напряжения в бетоне отрицательные. Однако проведенный выше анализ показывает, что уже при начальных уровнях загрузки, когда бетон деформируется еще линейно, радиальные напряжения в бетоне положительные (2.4.28). Следовательно, в основу нормативной методики расчета положено неверное допущение, поэтому СП 266.1325800.2016 требует уточнений и внесения изменений.

В работе 1977 г. Лукши Л.К. «Прочность трубобетона» [35], описан вывод расчетных уравнений пространственной работы традиционной трубобетонной стойки. Однако на стр. 25, получив формулу нахождения давления бетонного ядра на трубу, забыв введенную им замену знаков на стр.22, делает неверный вывод «поперечное давление трубы на оболочку ... является сжимающим». Знак давления трубы на бетонное ядро является определяющим в пространственной работе трубобетонных стоек. Таким образом данная ошибка способствовала развитию неверных представлений о работе трубобетонных конструкций.

В 1991 г. вышла книга другого основоположника теории расчета трубобетонных конструкций д.т.н. Стороженко Л.И. и др. «Расчет трубобетонных конструкций», в которой также изложена попытка рассмотреть задачу о сжатии трубобетонной стойки как пространственную задачу теории упругости [71]. Однако в данной работе на стр. 49 также совершена математическая ошибка в выкладках, на основе которых автор сделал неверный вывод о том, что разность

коэффициентов Пуассона бетона и стали «независимо от знака увеличивает жесткость составного бруса, приближает работу бетонного ядра к условиям всестороннего сжатия». На труды Стороженко Л.И. ссылаются многие ведущие исследователи, однако, вследствие наличия ошибки, данная работа не способствует прояснению вопроса о пространственной работе трубобетонных конструкций, а еще больше укрепила неверные представления, выдвинутые Лукшей Л.К.

Экспериментальные исследования длинных образцов свидетельствуют об отрыве стальной трубы от бетонного ядра, как это имело место при эксплуатации трубобетонного моста через р. Исеть [52]. Так в работе Кноулеса Р. И Парка Р. [91] было установлено, что обжатие бетонного ядра происходит лишь при испытании коротких трубобетонных элементов, что Скворцов Н.Ф. [64] объясняет влиянием сил трения, возникающих по поверхности контакта опорных плит испытательных машин и торцов испытываемых коротких образцов, сдерживающих поперечные деформации стальных труб. В исследовании Сакино К., Томии М. и Ватанабе К. [94] экспериментально сравнивались случаи приложения нагрузки на все сечение трубобетонного элемента и только на бетонное ядро при использовании трубы лишь в качестве обоймы. При этом ученые отмечают, что обжатие бетона трубой и, как следствие, его упрочнение наблюдалось лишь во втором случае.

Современные исследователи-экспериментаторы также подтверждают, что при нагружении трубобетонных стоек происходит отрыв стальной трубы от бетонного ядра уже на начальном этапе работы стойки в следствии разности коэффициентов Пуассона стали и бетона [6; 22; 51; 55; 87; 90; 95; 97]. Так ученые Курановас А. Гуд Д., Кведарас А и Жонг С. [92] проведя анализ экспериментальных данных 1303 образцов трубобетонных стоек подтверждают, что уже на начальном этапе загрузки происходит нарушение совместной работы стальной трубы и бетонного ядра.

Выводы к главе 2

1. Получены формулы, позволяющие провести пространственный расчет трубобетонной стойки, с учетом характеристик материалов, размеров поперечного сечения бетонного ядра и толщиной стенки стальной трубы.
2. Выведены формулы определения напряжений взаимодействия стальной трубы и бетонного ядра традиционной трубобетонной стойки.
3. Важнейшей характеристикой, определяющей напряженно-деформированное состояние трубобетонных конструкций, является разность коэффициентов Пуассона бетона и стали.
4. В случае приложения нагрузки на всё сечение трубобетонной стойки стальная оболочка стремится оторваться от бетонного цилиндра, что связано с разностью коэффициентов Пуассона стали и бетона. Бетонное ядро работает на растяжение в радиальном направлении, а значит эффект обжатия не реализуется. Помимо этого, в результате отрыва стальной трубы от бетонного ядра, возникает опасность местной потери устойчивости стенки трубы, что ведет к снижению несущей способности всей конструкции.
5. Факт растяжения бетона трубой в поперечном направлении с последующим ее отрывом наблюдался при эксплуатации реальных конструкций, а также в экспериментальных исследованиях многих авторов.
6. Улучшение конструкции трубобетонной стойки возможно было бы при использовании бетонов, коэффициент Пуассона которых превышает значение данной характеристики стали, однако такие бетоны в настоящее время не разработаны. Поэтому необходимо использование конструктивных методов, позволяющих изменить работу стойки.

ГЛАВА 3. УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЕ КОНСТРУКЦИИ ТРУБОБЕТОННЫХ СТОЕК

3.1 Бетонная стойка в стальной обойме. Пространственный расчет

Предлагается использование иного типа трубобетонной стойки, а именно бетонной стойки в стальной обойме. Принципиальным отличием такой конструкции от традиционной является характер приложения нагрузки. Для бетонной стойки в стальной обойме характерно приложение нагрузки лишь на бетонное ядро и использование трубы в качестве обоймы, в отличие от традиционной трубобетонной стойки, в которой нагрузка передается на все сечение стойки.

Конструкция двусоставного цилиндра (Рисунок 3.1.1) представляет собой бетонный цилиндр радиусом R_{BH} , заключенный в стальную трубу с наружным радиусом R_H .

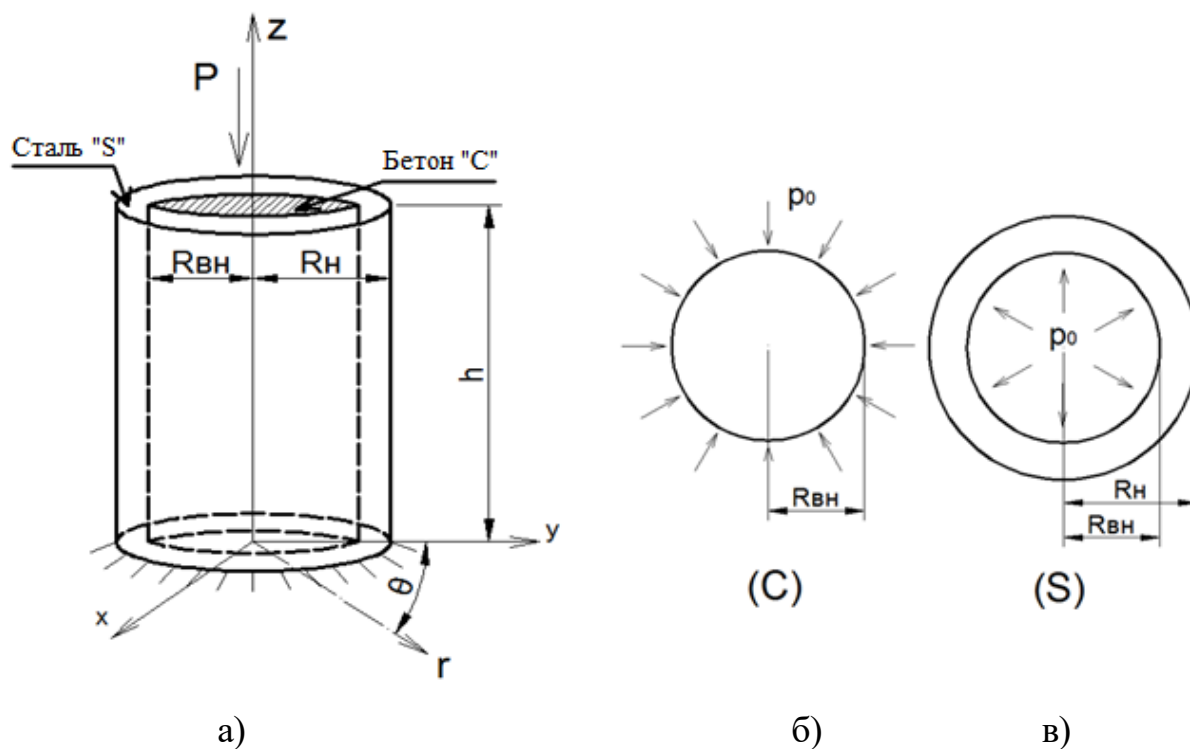


Рисунок 3.1.1 – Расчетная схема трубобетонной стойки:

- а) общий вид трубобетонной стойки; б) сечение бетонного ядра стойки;
в) сечение стальной трубы стойки

Уравнения напряженно-деформированного состояния стали и бетонного ядра

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{rr}^S + \lambda^S(\varepsilon_{\theta\theta}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{\theta\theta}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{\theta\theta}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{zz}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{zz}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{\theta\theta}^S), \end{cases}$$

$$\lambda^S = \frac{E^S \nu^S}{(1 - 2\nu^S)(1 + \nu^S)}, \mu^S = \frac{E^S}{2(1 + \nu^S)},$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{rr}^C + \lambda^C(\varepsilon_{\theta\theta}^C + \varepsilon_{zz}^C), \\ \sigma_{\theta\theta}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{\theta\theta}^C + \lambda^C(\varepsilon_{rr}^C + \varepsilon_{zz}^C), \\ \sigma_{zz}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{zz}^C + \lambda^C(\varepsilon_{rr}^C + \varepsilon_{\theta\theta}^C), \end{cases}$$

$$\lambda^C = \frac{E^C \nu^C}{(1 - 2\nu^C)(1 + \nu^C)}, \mu^C = \frac{E^C}{2(1 + \nu^C)},$$

уравнения равновесия в случае осесимметричной задачи

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^S}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^S - \sigma_{\theta\theta}^S}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^S}{\partial z} = 0, \end{cases}, \begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^C}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^C - \sigma_{\theta\theta}^C}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^C}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

а также равенства определения деформаций

$$\varepsilon_{rr}^S = \frac{dU^S}{dr}, \varepsilon_{\theta\theta}^S = \frac{U^S}{r}, \varepsilon_{zz}^S = \frac{dW^S}{dz}, \varepsilon_{rr}^C = \frac{dU^C}{dr}, \varepsilon_{\theta\theta}^C = \frac{U^C}{r}, \varepsilon_{zz}^C = \frac{dW^C}{dz}$$

справедливы в постановке рассматриваемой задачи.

Стойка находится под действием осевой сосредоточенной силы P , однако характер распределения осевых напряжений в бетонном ядре не известен. Задачу будем рассматривать в постановке Сен-Венана, в соответствии с принципом которого ставится интегральное краевое условие на торце:

$$\text{при } z = h: \int_{F^C} \sigma_{zz}^C dF^C = -P. \quad (3.1.1)$$

Также на нижнем торце стойки отсутствуют продольные перемещения точек, что связано с условием опирания $W^C = W^S = 0$ (при $z = 0$). Помимо этого, на наружной поверхности стальной трубы радиальные напряжения равны нулю $\sigma_{rr}^S = 0$ (при $r = R_H$).

Решение задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 2.2, учитывая отсутствие осевой нагрузки на трубу, и цилиндра в – 2.3. В задаче о сжатии цилиндра осевые напряжения в бетонном ядре с площадью сечения F^C являются постоянной величиной и выражены через давление на цилиндр p^C (2.3.14), тогда интеграл продольных напряжений по площади сечения стойки (3.1.1) может быть раскрыт. Краевые условия принимают вид:

-условия на торцах:

$$1) \text{ при } z = 0: W^C = W^S = 0; \quad (3.1.2a)$$

$$2) \text{ при } z = h: \int_{F^C} \sigma_{zz}^C dF^C = -p^C \cdot F^C = -P; \quad (3.1.2b)$$

-условие на наружной поверхности цилиндра:

$$3) \text{ при } r = R_H: \sigma_{rr}^S = 0. \quad (3.1.2c)$$

В рассматриваемой задаче отсутствует совместное сжатие бетонного ядра и стальной трубы в продольном направлении, в связи с чем условия сопряжения стали-бетона меняются в сравнении с условиями традиционной стойки (2.4.2). Взаимодействие в поперечном направлении основывается на равенстве радиальных напряжений и перемещений на контакте стальной трубы и бетонного ядра (*при* $r = R_{BH}$). Тогда условия сопряжения стали-бетона принимают вид:

$$1) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S; \quad (3.1.3a)$$

$$2) U^C = U^S; \quad (3.1.3b)$$

$$3) \sigma_{rz}^C = \sigma_{rz}^S, \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{r\theta}^S, \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{\theta z}^S. \quad (3.1.3c)$$

Так как решение задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 2.2 и цилиндра в – 2.3, где согласно (2.2.5f) и (2.3.5d) касательные напряжения для стали и бетона равны нулю, то равенства условий сопряжения (3.1.3c) будут выполняться автоматически и могут быть переписаны в виде:

$$\sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0.$$

По (2.3.18) радиальные напряжения в бетонном ядре являются постоянной величиной $\sigma_{rr}^C = -p_H$, где p_H – давление на цилиндр со стороны трубы. По (2.2.5)

на внутренней поверхности трубы
 $\sigma_{rr}^S = -p_{\text{вн}}$ (при $r = R_{\text{вн}}$), где $p_{\text{вн}}$ – давление на трубу со стороны бетонного ядра. Согласно первому условию сопряжения (3.1.3а) радиальные напряжения на контакте стальной трубы и бетонного ядра совпадают $\sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S$ (при $r = R_{\text{вн}}$). Тогда обозначим давление взаимодействия стали и бетона как $p_{\text{н}} = p_{\text{вн}} = p_0$, и напряжениям на контакте трубы и ядра соответствует равенство
 $\sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S = -p_0$ (при $r = R_{\text{вн}}$)

Применим результаты решения задачи о бетонном цилиндре (параграф 2.3), учитывая условия рассматриваемой задачи и заменяя $p_{\text{н}}$ на p_0 . Согласно полученной ранее системе уравнений (2.3.18) и (3.1.2b) напряжения, возникающие в бетонном цилиндре, определены следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^C = -p_0 ; \\ \sigma_{zz}^C = -p^C = -\frac{P}{F^C} ; \\ \sigma_{\theta\theta}^C = -p_0. \end{cases} \quad (3.1.4)$$

Формулы констант интегрирования для бетонного цилиндра (2.3.16), (2.3.17) с учетом (3.1.4) принимают вид:

$$C_1^C = \frac{-p_0(\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C) + (\lambda^C)^2) + p^C(\lambda^C + \mu^C)\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)(\lambda^C + \mu^C)}, \quad (3.1.5)$$

$$C_4^C = \frac{p_0 \cdot \lambda^C - p^C(\lambda^C + \mu^C)}{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)}. \quad (3.1.6)$$

Подставляем формулы (3.1.5), (3.1.6) в уравнения радиальных и продольных перемещений (2.3.10), (2.3.12), полученные при рассмотрении задачи о цилиндре:

$$U^C = \frac{-p_0(\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C) + (\lambda^C)^2) + p^C(\lambda^C + \mu^C)\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)(\lambda^C + \mu^C)} \cdot r, \quad (3.1.7)$$

$$W^C = \frac{p_0 \cdot \lambda^C - p^C(\lambda^C + \mu^C)}{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)} \cdot z + C_5^C.$$

Согласно первому краевому условию (3.1.2а) в нижнем торце невозможны осевые продольные перемещения, а значит $C_5^C = 0$.

$$W^c = \frac{p_0 \cdot \lambda^c - p^c (\lambda^c + \mu^c)}{\mu^c (3\lambda^c + 2\mu^c)} \cdot z. \quad (3.1.8)$$

Определим напряжения и перемещения, возникающие в трубе. Применим результаты решения задачи о сжатии трубы (параграф 2.2). Согласно условиям рассматриваемой задачи осевая нагрузка на трубу отсутствует, а значит условие на торце (2.2.5) (при $z = h$) принимает вид $\int_F \sigma_{zz}^S dF = -P^S = 0$. По (2.2.13) осевые напряжения в трубе σ_{zz}^S являются постоянной величиной, из чего следует, что $\sigma_{zz}^S = 0$ в условиях рассматриваемой задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме. И согласно (2.2.14) $p^S = 0$. Учитывая вышесказанное и заменяя p_{BH} на p_0 , на основе полученных уравнений (2.2.19) напряжения, возникающие в стальной трубе определены следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = \frac{p_0 \cdot R_{BH}^2 \cdot (r^2 - R_H^2)}{(R_H^2 - R_{BH}^2)r^2}; \\ \sigma_{zz}^S = 0; \\ \sigma_{\theta\theta}^S = \frac{p_0 \cdot R_{BH}^2 \cdot (r^2 + R_H^2)}{(R_H^2 - R_{BH}^2)r^2}. \end{cases} \quad (3.1.9)$$

Используя выведенные уравнения констант интегрирования (2.2.16)-(2.2.18) получаем:

$$C_1^S = p_0 \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{BH}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_H^2 - R_{BH}^2)}. \quad (3.1.10)$$

$$C_2^S = p_0 \frac{R_H^2 \cdot R_{BH}^2}{2\mu^S(R_H^2 - R_{BH}^2)}. \quad (3.1.11)$$

$$C_3^S = -p_0 \frac{\lambda^S R_{BH}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_H^2 - R_{BH}^2)}. \quad (3.1.12)$$

Подставляем выражения для констант интегрирования (3.1.10)-(3.1.12) в полученные ранее уравнения радиальных и продольных перемещений в общем виде (2.2.10), (2.2.12) :

$$\begin{aligned} U^S = & \left(p_0 \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{BH}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_H^2 - R_{BH}^2)} \right) \cdot r + \\ & + p_0 \left(\frac{R_H^2 \cdot R_{BH}^2}{2\mu^S(R_H^2 - R_{BH}^2)} \right) \frac{1}{r}. \end{aligned} \quad (3.1.13)$$

$$W^S = \left(-p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{вн}}^2}{\mu^S (3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \cdot z + C_4^S.$$

Согласно первому краевому условию (3.1.2а) продольные перемещения нижнего торца стойки невозможны, следовательно $C_4^S = 0$.

$$W^S = \left(-p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{вн}}^2}{\mu^S (3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \cdot z. \quad (3.1.14)$$

Приравниваем выражения радиальных перемещений (3.1.7) и (3.1.13) согласно второму условию сопряжения бетона и стали (3.1.3b) при $r=R_{\text{вн}}$:

$$\begin{aligned} & \frac{-p_0(\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C) + (\lambda^C)^2) + p^C(\lambda^C + \mu^C)\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)(\lambda^C + \mu^C)} \cdot R_{\text{вн}} = \quad (3.1.15) \\ & = \left(p_0 \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\text{вн}}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \cdot R_{\text{вн}} + \\ & + p_0 \left(\frac{R_{\text{н}}^2 \cdot R_{\text{вн}}^2}{2\mu^S(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \frac{1}{R_{\text{вн}}}. \end{aligned}$$

Из равенства (3.1.15) выражаем формулу для определения радиального давления на контакте бетона с обоймой:

$$p_0 = p^C \frac{J}{L + K}, \quad (3.1.16)$$

$$\begin{aligned} \text{где } K &= \frac{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S) + (\lambda^S)^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{R_{\text{вн}}^2}{R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2} + \frac{R_{\text{н}}^2}{2\mu^S(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)}, \\ L &= \frac{\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C) + (\lambda^C)^2}{2\mu^C(\lambda^C + \mu^C)(3\lambda^C + 2\mu^C)}, J = \frac{\lambda^C}{2\mu^C(3\lambda^C + 2\mu^C)}. \end{aligned}$$

Согласно краевым условиям на торцах (3.1.2b) давление на бетонное ядро определяется зависимостью:

$$p^C = \frac{P}{F^C}. \quad (3.1.17)$$

Анализируя формулу (3.1.16), очевидно, что напряжения обжатия p_0 являются положительной величиной, следовательно радиальные напряжения в бетонном ядре $\sigma_{rr}^C < 0$ (3.1.4) являются сжимающими, бетон находится в состоянии трехосного сжатия. Данная конструкция лишена недостатка традиционной стойки,

при любой величине осевой сжимающей нагрузки бетон находится в обжатом состоянии в радиальных направлениях.

В исследовании Сакиро К., Томии М. и Ватанабе К. [89] экспериментально сравнивались случаи приложения нагрузки на все сечение трубобетонного элемента и только на бетонное ядро при использовании трубы лишь в качестве обоймы. При этом ученые отмечают, что обжатие бетона трубой наблюдалось лишь во втором случае, что подтверждает результаты моделирования.

Прочностной расчет бетонной стойки в стальной обойме

С целью сравнения методик расчета прочности бетона в условиях всестороннего сжатия, приведенных в главе 1 рассмотрим пример прочностного расчета бетонной стойки в стальной обойме. Принимаем размеры стойки $R_{вн}=0,265$ м., $R_{н}=0,275$ м. и характеристики материалов согласно [65; 67] для бетона класса В22,5 и стали С245. Считаем, что на стойку действует предельное сжимающее давление, равное призменной прочности бетона на сжатие $p^c = R_b$.

По формуле (3.1.16) определена величина давления обжатия бетона трубой:

$$p_0 = \sigma_0 = 0,56 \text{ МПа}$$

По формулам (1.1.3) и (1.1.4) определим значения прочности бетонного ядра стойки с учетом напряжений бокового обжатия по различным методикам, приведенным в главе 1. Результаты расчетов приведены в Таблице 3.1.1.

Таблица 3.1.1 – Результаты расчета прочности бетона, обжатого обоймой

Автор	Формула для $R_{b,3}$	$R_{b,3}$, МПа
Кришан А.Л., Заикин А.И. и др.	$R_b + \sigma_0(5,3 - 0,8 \frac{R_c F_c}{R_b F_b})$	15,32
Карпенко Н.И.	$R_b + \sigma_0 \frac{1}{0,1 + 0,9 \frac{\sigma_0}{R_b}}$	15,02
Кузнецов К.С.	$R_b + \sigma_0 \left(\frac{1}{0,1 + 0,9 \frac{\sigma_0}{R_b}} + 2,9 - \ln R_b \right)$	15,21

Автор	Формула для $R_{b,3}$	$R_{b,3}$, МПа
Кикин А.И., Санжаровский Р.С., Труль В.А.	$R_b + 4\sigma_0$	15,24
Несветаев Г.В., Резван И.В.	$R_b + \sigma_0(5,0 - 0,56 \frac{R_c F_c}{R_b F_b})$	15,35
Берг.О.Я.	$R_b \sqrt{1 + 0,7 \frac{\sigma_0}{R_{bt}}}$	15,39

Определяем среднее значение прочность бетона при всестороннем сжатии $R_{b,3} = 15,26$ МПа. Таким образом, зависимость Кикина А.И., Санжаровского Р.С., Труля В.А. [24] дает более усредненный результат прочности по сравнению с методиками других авторов. В дальнейшем прочность бетонного ядра стойки в стальной обойме будем определять по зависимости этого автора. Перепишем формулу (1.1.3) с учетом введенных нами обозначений:

$$R_{b,3} = R_b + 4 \cdot p_0. \quad (3.1.18)$$

3.2 Бетонная стойка в стальной обойме с внутренней несущей трубой

С целью возможного улучшения конструкции трубобетонного элемента рассмотрим конструкцию бетонной стойки в стальной обойме с внутренней несущей трубой, которая представляет собой полый бетонный цилиндр («С»), заключенный между стальными трубами: внутренней трубой («S₁») с радиусами R_2 и R'_2 наружным и внутренним соответственно и внешней трубой («S₂») с радиусами R_1 и R'_1 наружным и внутренним соответственно (Рисунок 3.2.1). Передача нагрузки на конструкцию данного типа осуществляется на бетон и внутреннюю трубу. Внешняя стальная труба выполняет роль обоймы. Площадь сечения внутренней трубы обозначим, как F^{S2} , площадь сечения бетона – F^C .

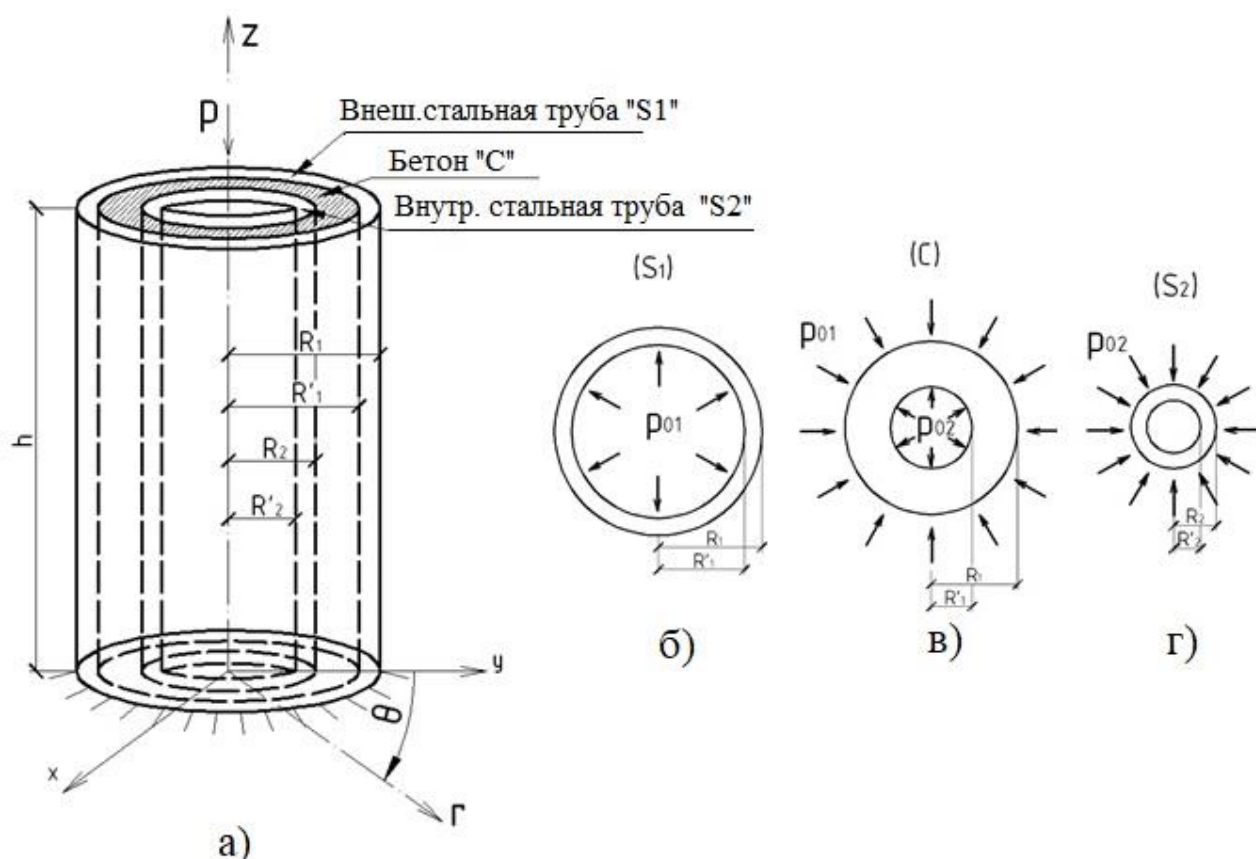


Рисунок 3.2.1 – Расчетная схема:

- а) бетонная стойка в стальной обойме с внутренней несущей трубой;
- б) сечение внешней стальной трубы-обоймы (S_1); в) сечение бетонного полого цилиндра (C); г) сечение внутренней несущей стальной трубы (S_2)

Уравнения напряженно-деформированного состояния стали внешней и внутренней труб, бетонного ядра имеют один вид для стали труб и бетона, но с разными модулями деформации и коэффициентами Пуассона. Будем использовать верхний индекс $\alpha \in \{S_1, S_2, C\}$, указывающий на стальную внешнюю трубу « S_1 », стальную внутреннюю трубу « S_2 », бетонный полый цилиндр « C » в зависимости от рассматриваемой составной части стойки. Рассматриваемая задача также является осесимметричной и решается в цилиндрической системе координат, поэтому для нее принимаются все предположения, описанные в параграфе 2.1., в частности в рассматриваемой задаче справедливы закон Гука (2.1.7), уравнения равновесия (2.1.8) и равенства для деформаций (2.1.5). Перепишем их с учетом введенного обозначения (индекс « α »), а закон Гука запишем, используя модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν :

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{\alpha} = \frac{E^{\alpha}}{(1-2\nu^{\alpha})(1+\nu^{\alpha})} ((1-\nu^{\alpha})\varepsilon_{rr}^{\alpha} + \nu^{\alpha}\varepsilon_{zz}^{\alpha} + \nu^{\alpha}\varepsilon_{\theta\theta}^{\alpha}); \\ \sigma_{\theta\theta}^{\alpha} = \frac{E^{\alpha}}{(1-2\nu^{\alpha})(1+\nu^{\alpha})} ((1-\nu^{\alpha})\varepsilon_{\theta\theta}^{\alpha} + \nu^{\alpha}\varepsilon_{rr}^{\alpha} + \nu^{\alpha}\varepsilon_{zz}^{\alpha}); \\ \sigma_{zz}^{\alpha} = \frac{E^{\alpha}}{(1-2\nu^{\alpha})(1+\nu^{\alpha})} ((1-\nu^{\alpha})\varepsilon_{zz}^{\alpha} + \nu^{\alpha}\varepsilon_{rr}^{\alpha} + \nu^{\alpha}\varepsilon_{\theta\theta}^{\alpha}). \end{cases} \quad (3.2.1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^{\alpha}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{\alpha}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr}^{\alpha} - \sigma_{\theta\theta}^{\alpha}}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^{\alpha}}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (3.2.2)$$

$$\varepsilon_{rr}^{\alpha} = \frac{dU^{\alpha}}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{\alpha} = \frac{U^{\alpha}}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^{\alpha} = \frac{dW^{\alpha}}{dz}. \quad (3.2.3)$$

Стойка находится под действием осевой сосредоточенной силы P , однако характер распределения осевых напряжений во внутренней трубе и бетоне неизвестен. Задачу будем рассматривать в постановке Сен-Венана, в соответствии с принципом которого ставится интегральное краевое условие на торце. Также на нижнем торце стойки отсутствуют продольные перемещения точек, что связано с условием опирания. Помимо этого, на боковых поверхностях стойки радиальные напряжения равны нулю. Краевые условия принимают вид:

-условия на торцах:

$$1) \text{ при } z = 0: W^{S1} = W^C = W^{S2} = 0; \quad (3.2.4a)$$

$$2) \text{ при } z = h: \int_F \sigma_{zz} dF = \sigma_{zz}^{S2} \cdot F^{S2} + \sigma_{zz}^C \cdot F^C = -P, \quad (3.2.4b)$$

-условия на боковых поверхностях стойки:

$$3) \text{ при } r = R_1: \sigma_{rr}^{S1} = 0; \quad (3.2.4c)$$

$$4) \text{ при } r = R'_2: \sigma_{rr}^{S2} = 0. \quad (3.2.4d)$$

Для обеспечения совместной работы внутренней стальной трубы и бетона в поперечном направлении необходимо выполнение условий сопряжения бетона-стали, а именно равенство радиальных напряжений и перемещений, в продольном направлении – равенство продольных перемещений вдоль оси z на контакте внутренней стальной трубы и бетона. В рассматриваемой задаче отсутствует совместная работа бетона и внешней стальной трубы в продольном направлении, а

взаимодействие в поперечном направлении основывается на равенстве радиальных напряжений и перемещений на контакте внешней стальной трубы и бетонного полого цилиндра. Тогда условия сопряжения стали-бетона принимают вид:

$$1) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^{S2}; U^C = U^{S2}; W^C = W^{S2}, (\text{при } r = R_2); \quad (3.2.5a)$$

$$2) \sigma_{rz}^C = \sigma_{rz}^{S2}, \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{r\theta}^{S2}, \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{\theta z}^{S2} (\text{при } r = R_2); \quad (3.2.5b)$$

$$3) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^{S1}; U^C = U^{S1}, (\text{при } r = R'_1); \quad (3.2.5c)$$

$$4) \sigma_{rz}^C = \sigma_{rz}^{S1}, \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{r\theta}^{S1}, \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{\theta z}^{S1} (\text{при } r = R'_1). \quad (3.2.5d)$$

Для решения задачи (3.2.1)-(3.2.5) решаем вспомогательную задачу о трехосном сжатии трубы.

3.2.1 Задача о трехосном сжатии трубы

Труба находится под действием осевой сжимающей силы P , равномерного давления на внутреннюю поверхность трубы $p_{вн}$ и на наружную поверхность трубы – $p_{н.}$, при этом, считая, что эти давления заданы. Обозначим наружный и внутренний радиусы трубы – R_H и R_{BH} соответственно и длину h (Рисунок 3.2.1).

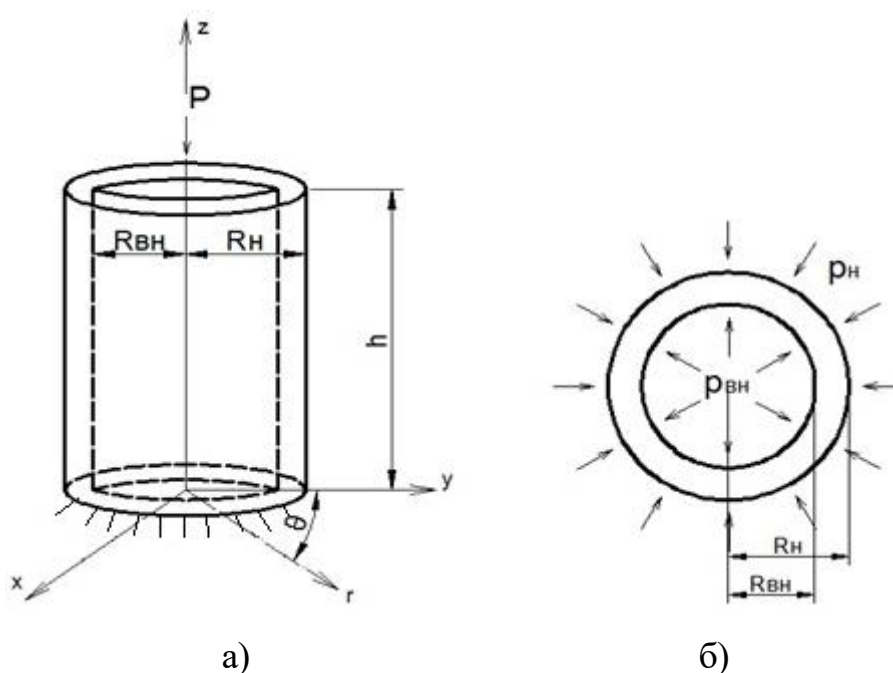


Рисунок 3.2.1 – Расчетная схема трубы:

а) общий вид трубы; б) поперечное сечение трубы

В постановке рассматриваемой задачи справедливы уравнения равновесия и равенства для деформаций:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0; \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (3.2.1.1)$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{dU}{dr}, \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{U}{r}, \varepsilon_{zz} = \frac{dW}{dz}. \quad (3.2.1.2)$$

Материал трубы подчиняется закону Гука

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} ((1-\nu)\varepsilon_{rr} + \nu\varepsilon_{zz} + \nu\varepsilon_{\theta\theta}); \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} ((1-\nu)\varepsilon_{\theta\theta} + \nu\varepsilon_{rr} + \nu\varepsilon_{zz}); \\ \sigma_{zz} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} ((1-\nu)\varepsilon_{zz} + \nu\varepsilon_{rr} + \nu\varepsilon_{\theta\theta}). \end{cases} \quad (3.2.1.3)$$

Согласно (2.1.5) и (2.1.6):

$$\varepsilon_{rz} = \varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{\theta z} = 0, \sigma_{rz} = \sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta z} = 0. \quad (3.2.1.4)$$

Зададим условие опирания на нижнем торце трубы и ограничим осевые перемещения. Труба находится под действием осевой сжимающей силы P , однако характер распределения напряжений не известен. Наружная и внутренняя поверхности трубы находятся под действием равномерных давлений. Тогда справедливы краевые условия:

-условия на торцах:

$$\text{при } z = 0: W = 0; \quad (3.2.1.5a)$$

$$\text{при } z = h: \int_F \sigma_{zz} dF = -P; \quad (3.2.1.5b)$$

-условие на наружной поверхности трубы:

$$\text{при } r = R_n: \sigma_{rr} = -p_n; \quad (3.2.1.5c)$$

$$\sigma_{rz} = \sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta z} = 0. \quad (3.2.1.5d)$$

-условие на внутренней поверхности трубы:

$$\text{при } r = R_{вн}: \sigma_{rr} = -p_{вн}. \quad (3.2.1.5e)$$

$$\sigma_{rz} = \sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta z} = 0. \quad (3.2.1.5f)$$

Равенства (3.2.1.5d), (3.2.1.5.f) выполняются автоматически в силу равенств (3.2.1.4).

Задача (3.2.1.1)-(3.2.1.5) является краевой задачей с двумя неизвестными функциями U и W . Для ее решения подставим равенства компонентов тензора деформаций (3.2.1.2) в закон Гука (3.2.1.3):

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left((1-\nu) \frac{dU}{dr} + \nu \frac{dW}{dz} + \nu \frac{U}{r} \right); \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left((1-\nu) \frac{U}{r} + \nu \frac{dU}{dr} + \nu \frac{dW}{dz} \right); \\ \sigma_{zz} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left((1-\nu) \frac{dW}{dz} + \nu \frac{dU}{dr} + \nu \frac{U}{r} \right). \end{cases} \quad (3.2.1.6)$$

В результате подстановки уравнений радиальных σ_{rr} и тангенциальных $\sigma_{\theta\theta}$ напряжений (3.2.1.6) в первое уравнение равновесия (3.2.1.1) получаем:

$$\begin{aligned} & \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left((1-\nu) \frac{d^2U}{dr^2} + \nu \left(\frac{dU}{dr} \cdot \frac{1}{r} - U \cdot \frac{1}{r^2} \right) \right. \\ & \left. + \left((1-\nu) \frac{dU}{dr} + \nu \frac{U}{r} - (1-\nu) \frac{U}{r} - \nu \frac{dU}{dr} \right) \frac{1}{r} \right) = 0; \\ & \frac{d^2U}{dr^2} + \frac{dU}{dr} \cdot \frac{1}{r} - U \cdot \frac{1}{r^2} = 0. \end{aligned} \quad (3.2.1.7)$$

Преобразуем полученное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами (3.2.1.7) в уравнение с постоянными коэффициентами, используя замену:

$$r = e^t, \quad t = \ln r.$$

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dr} &= \frac{dU}{dt} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{dU}{dt} \cdot \frac{1}{r}, & \frac{d^2U}{dr^2} &= \frac{d^2U}{dt dr} \cdot \frac{1}{r} - \frac{dU}{dt} \cdot \frac{1}{r^2}, \\ \frac{d^2U}{dt dr} &= \frac{d^2U}{dt^2} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{d^2U}{dt^2} \cdot \frac{1}{r}, & \frac{d^2U}{dr^2} &= \frac{d^2U}{dt^2} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{dU}{dt} \cdot \frac{1}{r^2}. \end{aligned} \quad (3.2.1.8)$$

Полученные равенства (3.2.1.8) подставим в уравнение (3.2.1.7):

$$\frac{d^2U}{dt^2} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{dU}{dt} \cdot \frac{1}{r^2} + \frac{dU}{dt} \cdot \frac{1}{r^2} - U \cdot \frac{1}{r^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 U}{dt^2} - U = 0. \quad (3.2.1.9)$$

Уравнение (3.2.1.9) является неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение данного уравнения имеет вид:

$$U = C_1 \cdot r + C_2 \cdot \frac{1}{r}, \quad (3.2.1.10)$$

где C_1 , C_2 – неизвестные константы интегрирования.

Используем второе уравнение равновесия (3.2.1.1). В результате подстановки равенства для осевых напряжений σ_{zz} системы (3.2.1.6) во второе уравнение равновесия (3.2.1.1) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left((1-\nu) \frac{d^2 W}{dz^2} \right) &= 0, \\ \frac{d^2 W}{dz^2} &= 0. \end{aligned} \quad (3.2.1.11)$$

Решение дифференциального уравнения второго порядка (3.2.1.11) имеет вид:

$$W = C_3 \cdot z + C_4, \quad (3.2.1.12)$$

где C_3 , C_4 – неизвестные константы интегрирования.

Подставляя уравнения перемещений U (3.2.1.10) и W (3.2.1.12) в равенства (3.2.1.2), преобразовываем систему уравнений (3.2.1.6):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= C_1 - C_2 \frac{1}{r^2}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = C_1 + C_2 \frac{1}{r^2}, \quad \varepsilon_{zz} = C_3, \\ \begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left(C_1 - C_2 \frac{1}{r^2} (1-2\nu) + C_3 \nu \right); \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left(C_1 + C_2 \frac{1}{r^2} (1-2\nu) + C_3 \nu \right); \\ \sigma_{zz} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} (2\nu C_1 + (1-\nu) C_3). \end{cases} \end{aligned} \quad (3.2.1.13)$$

Из третьего равенства системы (3.2.1.13) осевые напряжения σ_{zz} являются величиной постоянной в каждой точке трубы. Обозначим величину этих напряжений с обратным знаком как давление в продольном направлении p .

$$\sigma_{zz} = -p. \quad (3.2.1.14)$$

Для окончательного вывода равенств, позволяющих определить значения напряжений в трубе, необходимо определение констант интегрирования C_1 , C_2 , C_3 .

Подставляем первое и второе уравнения напряжений системы (3.2.1.13) в краевые условия на внутренней и наружной поверхностях трубы (3.2.1.5), в третьем уравнении системы (3.2.1.13) учтем введенное обозначение (3.2.1.14):

$$\begin{cases} r = R_H: \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left(C_1 - C_2 \frac{1}{R_H^2} (1-2\nu) + C_3 \nu \right) = -p_H; \\ r = R_{BH}: \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left(C_1 - C_2 \frac{1}{R_{BH}^2} (1-2\nu) + C_3 \nu \right) = -p_{BH}; \\ \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} (2\nu C_1 + (1-\nu)C_3) = -p. \end{cases} \quad (3.2.1.15)$$

Решаем систему линейных алгебраических уравнений (3.2.1.15) относительно неизвестных C_1 , C_2 , C_3 :

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{(1-\nu)}{E} \left(-p_H + \frac{(p_{BH} - p_H)R_{BH}^2}{(R_H^2 - R_{BH}^2)} + p \frac{\nu}{(1-\nu)} \right), \\ C_2 &= \frac{(1+\nu)(p_{BH} - p_H)R_{BH}^2 \cdot R_H^2}{E(R_H^2 - R_{BH}^2)}, \\ C_3 &= -\frac{2\nu}{E} \left(-p_H + \frac{(p_{BH} - p_H)R_{BH}^2}{(R_H^2 - R_{BH}^2)} \right) - \frac{p}{E}. \end{aligned} \quad (3.2.1.16)$$

В результате подстановки определенных констант интегрирования C_1 , C_2 , C_3 (3.2.1.16) в уравнения системы (3.2.1.13) получаем искомые формулы определения напряжений в трубе, зависящие от величины внешней нагрузки и размеров трубы:

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{(p_{BH} - p_H)R_{BH}^2 \cdot (r^2 - R_H^2)}{(R_H^2 - R_{BH}^2)r^2} - p_H; \\ \sigma_{zz} = -p; \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{(p_{BH} - p_H)R_{BH}^2 \cdot (r^2 + R_H^2)}{(R_H^2 - R_{BH}^2)r^2} - p_H. \end{cases} \quad (3.2.1.17)$$

3.2.2 Решение задачи (3.2.1)-(3.2.5)

Решение задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме с внутренней несущей трубой будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 3.2.1, так как и стальные трубы и бетонный полый цилиндр имеют кольцевые поперечные сечения. Давления p_n и $p_{вн}$ будем рассматривать как воздействия бетона на боковую поверхность стальных труб. Заменяем обозначения размеров сечения и величин давлений из задачи параграфа 3.2.1 на соответствующие обозначения для бетонной стойки в стальной обойме с внутренней несущей трубой:

- Для внешней стальной трубы (Рисунок 3.2.1б) $R_n = R_1$, $R_{вн} = R'_1$. Обозначим давление взаимодействия стали внешней трубы и бетона как $p_{вн} = p_{01}$. Наружная поверхность внешней трубы свободна от нагрузок, а значит $p_n = 0$.
- Для внутренней стальной трубы (Рисунок 3.2.1г) $R_n = R_2$, $R_{вн} = R'_2$. Обозначим давление взаимодействия стали внутренней трубы и бетона как $p_n = p_{02}$. Внутренняя поверхность внутренней трубы свободна от нагрузок, а значит $p_{вн} = 0$.
- Для полого бетонного цилиндра (Рисунок 3.2.1в) $R_n = R'_1$, $R_{вн} = R_2$. Согласно условиям сопряжения (3.2.5а), (3.2.5с) радиальные напряжения на контакте наружной стальной трубы и бетона, а также внутренней стальной трубы и бетона совпадают, тогда для бетонного цилиндра $p_n = p_{01}$, $p_{вн} = p_{02}$.
- В задаче о трехосном сжатии трубы осевые напряжения являются постоянной величиной и выражены через давление на трубу p (3.2.1.14). Тогда, в соответствии с введенными индексами, для внутренней трубы $p = p^{S2}$, для бетонного полого цилиндра – $p = p^C$, а для внешней стальной трубы $p = 0$, т.к. она не загружена осевой силой.

Так как решение задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме с внутренней несущей трубой будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 3.2.1, где согласно (3.2.1.5d) и (3.2.1.5f) касательные напряжения

равны нулю, то равенства условий сопряжения (3.2.5b), (3.2.5d) будут выполняться автоматически и могут быть переписаны в виде:

$$\sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{rz}^{S2} = \sigma_{r\theta}^{S2} = \sigma_{\theta z}^{S2} = \sigma_{rz}^{S1} = \sigma_{r\theta}^{S1} = \sigma_{\theta z}^{S1} = 0.$$

Согласно полученной ранее системе уравнений (3.2.1.17) и вышесказанному напряжению, возникающие во внешней стальной трубе, бетонном полом цилиндре и внутренней стальной трубе, определены следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{S1} = \frac{p_{01} \cdot R_1'^2 \cdot (r^2 - R_1^2)}{(R_1^2 - R_1'^2) \cdot r^2} \\ \sigma_{zz}^{S1} = 0 \\ \sigma_{\theta\theta}^{S1} = \frac{p_{01} \cdot R_1'^2 \cdot (r^2 + R_1^2)}{(R_1^2 - R_1'^2) \cdot r^2} \end{cases}; \quad (3.2.2.1)$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^C = \frac{(p_{02} - p_{01}) \cdot R_2^2 \cdot (r^2 - R_1'^2)}{(R_1'^2 - R_2^2) \cdot r^2} - p_{01} \\ \sigma_{zz}^C = -p^C \\ \sigma_{\theta\theta}^C = \frac{(p_{02} - p_{01}) \cdot R_2^2 \cdot (r^2 + R_1'^2)}{(R_1'^2 - R_2^2) \cdot r^2} - p_{01} \end{cases}; \begin{cases} \sigma_{rr}^{S2} = \frac{-p_{02} \cdot R_2'^2 \cdot (r^2 - R_2^2)}{(R_2^2 - R_2'^2) \cdot r^2} - p_{02} \\ \sigma_{zz}^{S2} = -p^{S2} \\ \sigma_{\theta\theta}^{S2} = \frac{-p_{02} \cdot R_2'^2 \cdot (r^2 + R_2^2)}{(R_2^2 - R_2'^2) \cdot r^2} - p_{02} \end{cases}.$$

Так как материалы внутренней и внешней труб совпадают, для модуля деформации и коэффициента Пуассона стали обеих труб будем использовать единый индекс «S».

Используя выведенные уравнения констант интегрирования (3.2.1.16) получаем константы интегрирования для внешней стальной трубы, бетонного полого цилиндра и внутренней стальной трубы, учитывая введенные обозначения и условия рассматриваемой задачи:

$$C_1^{S1} = \frac{(1 - \nu^S)}{E^S} \frac{p_{01} R_1'^2}{(R_1^2 - R_1'^2)}, C_2^{S1} = \frac{(1 + \nu^S) p_{01} R_1'^2 R_1^2}{E^S (R_1^2 - R_1'^2)}, \quad (3.2.2.2)$$

$$C_3^{S1} = -\frac{2\nu^S}{E^S} \frac{p_{01} R_1'^2}{(R_1^2 - R_1'^2)}.$$

$$C_1^C = \frac{(1 - \nu^C)}{E^C} \left(-p_{01} - \frac{(p_{02} - p_{01}) R_2^2}{(R_1'^2 - R_2^2)} + p^C \frac{\nu^C}{(1 - \nu^C)} \right), \quad (3.2.2.3)$$

$$C_2^C = \frac{(1 + \nu^C)}{E^C} \frac{(p_{02} - p_{01}) R_2^2 R_1'^2}{(R_1'^2 - R_2^2)}, C_3^C = -\frac{2\nu^C}{E^C} \left(-p_{01} + \frac{(p_{02} - p_{01}) R_2^2}{(R_1'^2 - R_2^2)} \right) - \frac{p^C}{E^C},$$

$$C_1^{S2} = \frac{(1 - \nu^S)}{E^S} \left(-p_{02} - \frac{p_{02} R_2'^2}{(R_2^2 - R_2'^2)} + p^{S2} \frac{\nu^S}{(1 - \nu^S)} \right), \quad (3.2.2.4)$$

$$C_2^{S2} = \frac{(1 + \nu^S)}{E^S} \frac{(-p_{02}) R_2'^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_2'^2)}, C_3^{S2} = -\frac{2\nu^S}{E^S} \left(-p_{02} - \frac{p_{02} R_2'^2}{(R_2^2 - R_2'^2)} \right) - \frac{p^{S2}}{E^S}.$$

Подставляем выражения для констант интегрирования (3.2.2.2) – (3.2.2.4) в полученные ранее уравнения радиальных и продольных перемещений в общем виде (3.2.1.10), (3.2.1.12) :

$$U^{S1} = \frac{(1 - \nu^S)}{E^S} \frac{p_{01} R_1'^2}{(R_1^2 - R_1'^2)} \cdot r + \frac{(1 + \nu^S) p_{01} R_1'^2 R_1^2}{E^S (R_1^2 - R_1'^2)} \cdot \frac{1}{r}. \quad (3.2.2.5)$$

$$W^{S1} = -\frac{2\nu^S}{E^S} \frac{p_{01} R_1'^2}{(R_1^2 - R_1'^2)} \cdot z + C_4^{S1}. \quad (3.2.2.6)$$

$$U^C = \frac{(1 - \nu^C)}{E^C} \left(-p_{01} - \frac{(p_{02} - p_{01}) R_2^2}{(R_1'^2 - R_2^2)} + p^C \frac{\nu^C}{(1 - \nu^C)} \right) \cdot r + \quad (3.2.2.7)$$

$$+ \frac{(1 + \nu^C) (p_{02} - p_{01}) R_2^2 R_1'^2}{E^C (R_1'^2 - R_2^2)} \cdot \frac{1}{r}.$$

$$W^C = \left(-\frac{2\nu^C}{E^C} \left(-p_{01} + \frac{(p_{02} - p_{01}) R_2^2}{(R_1'^2 - R_2^2)} \right) - \frac{p^C}{E^C} \right) \cdot z + C_4^C. \quad (3.2.2.8)$$

$$U^{S2} = \frac{(1 - \nu^S)}{E^S} \left(-p_{02} - \frac{p_{02} R_2'^2}{(R_2^2 - R_2'^2)} + p^{S2} \frac{\nu^S}{(1 - \nu^S)} \right) \cdot r + \quad (3.2.2.9)$$

$$+ \frac{(1 + \nu^S) (-p_{02}) R_2'^2 R_2^2}{E^S (R_2^2 - R_2'^2)} \cdot \frac{1}{r}.$$

$$W^{S2} = \left(-\frac{2\nu^S}{E^S} \left(-p_{02} - \frac{p_{02} R_2'^2}{(R_2^2 - R_2'^2)} \right) - \frac{p^{S2}}{E^S} \right) \cdot z + C_4^{S2}. \quad (3.2.2.10)$$

Согласно первому краевому условию (3.2.4а) продольные перемещения нижнего торца стойки невозможно, следовательно $C_4^{S1} = C_4^C = C_4^{S2} = 0$.

Приравниваем выражения радиальных перемещений (3.2.2.5) и (3.2.2.7) согласно третьему условию сопряжения бетона и стали внешней трубы (3.2.5с) при $r = R_1'$:

$$\frac{(1 - \nu^S)}{E^S} \frac{p_{01} R_1'^2}{(R_1^2 - R_1'^2)} \cdot R_1' + \frac{(1 + \nu^S) p_{01} R_1'^2 R_1^2}{E^S (R_1^2 - R_1'^2)} \cdot \frac{1}{R_1'} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(1 - \nu^C)}{E^C} \left(-p_{01} - \frac{(p_{02} - p_{01})R_2^2}{(R_1'^2 - R_2^2)} + p^C \frac{\nu^C}{(1 - \nu^C)} \right) \cdot R'_1 + \\
&\quad + \frac{(1 + \nu^C)}{E^C} \frac{(p_{02} - p_{01})R_2^2 R_1'^2}{(R_1'^2 - R_2^2)} \cdot \frac{1}{R'_1}.
\end{aligned} \tag{3.2.2.11}$$

Приравниваем выражения радиальных перемещений (3.2.2.7) и (3.2.2.9) согласно первому условию сопряжения бетона и стали внутренней трубы (3.2.5а) при $r = R_2$:

$$\begin{aligned}
&\frac{(1 - \nu^S)}{E^S} \left(-p_{02} - \frac{p_{02}R_2'^2}{(R_2^2 - R_2'^2)} + p^{S2} \frac{\nu^S}{(1 - \nu^S)} \right) \cdot r + \\
&\quad + \frac{(1 + \nu^S)}{E^S} \frac{(-p_{02})R_2'^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_2'^2)} \cdot \frac{1}{r} = \\
&= \frac{(1 - \nu^C)}{E^C} \left(-p_{01} - \frac{(p_{02} - p_{01})R_2^2}{(R_1'^2 - R_2^2)} + p^C \frac{\nu^C}{(1 - \nu^C)} \right) \cdot R'_1 + \\
&\quad + \frac{(1 + \nu^C)}{E^C} \frac{(p_{02} - p_{01})R_2^2 R_1'^2}{(R_1'^2 - R_2^2)} \cdot \frac{1}{R'_1}.
\end{aligned} \tag{3.2.2.12}$$

Приравниваем выражения продольных перемещений (3.2.2.8) и (3.2.2.10) согласно первому условию сопряжения бетона и стали внутренней трубы (3.2.5а) при $r = R_2$:

$$\begin{aligned}
&-\frac{2\nu^C}{E^C} \left(-p_{01} + \frac{(p_{02} - p_{01})R_2^2}{(R_1'^2 - R_2^2)} \right) - \frac{p^C}{E^C} = \\
&= -\frac{2\nu^S}{E^S} \left(-p_{02} - \frac{p_{02}R_2'^2}{(R_2^2 - R_2'^2)} \right) - \frac{p^{S2}}{E^S}.
\end{aligned} \tag{3.2.2.13}$$

Согласно (3.2.2.1) осевые напряжения в бетоне и внутренней трубе постоянны и выражены через давления с обратным знаком. Тогда из второго краевого условия на торцах (3.2.4b) получаем:

$$-p^{S2} \cdot F^{S2} - p^C \cdot F^C = -P. \tag{3.2.2.14}$$

Представим систему линейных алгебраических уравнений (3.2.2.11)- (3.2.2.14) в виде:

$$\begin{cases} a_1 \cdot p_{01} + b_1 \cdot p_{02} + c_1 \cdot (p_{02} - p_{01}) + d_1 \cdot p^C + e_1 \cdot p^{S2} + f_1 = 0 \\ a_2 \cdot p_{01} + b_2 \cdot p_{02} + c_2 \cdot (p_{02} - p_{01}) + d_2 \cdot p^C + e_2 \cdot p^{S2} + f_2 = 0 \\ a_3 \cdot p_{01} + b_3 \cdot p_{02} + c_3 \cdot (p_{02} - p_{01}) + d_3 \cdot p^C + e_3 \cdot p^{S2} + f_3 = 0 \\ a_4 \cdot p_{01} + b_4 \cdot p_{02} + c_4 \cdot (p_{02} - p_{01}) + d_4 \cdot p^C + e_4 \cdot p^{S2} + f_4 = 0 \end{cases}, \quad (3.2.2.15)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= -R'_1 \cdot \left(\frac{1 - \nu^C}{E^C} + \frac{(1 - \nu^S) \cdot R_1'^2 + (1 + \nu^S) \cdot R_1^2}{E^S \cdot (R_1^2 - R_1'^2)} \right); \\ c_1 &= \frac{2R'_1 \cdot R_2^2}{E^C \cdot (R_1'^2 - R_2^2)}; \quad d_1 = R'_1 \cdot \frac{\nu^C}{E^C}; \\ a_2 &= -\frac{1 - \nu^C}{E^C} \cdot R_2; \quad b_2 = R_2 \cdot \left(\frac{1 - \nu^S}{E^S} + \frac{2 \cdot R_2'^2}{E^S \cdot (R_2^2 - R_2'^2)} \right); \\ c_2 &= R_2 \cdot \frac{(1 - \nu^C) \cdot R_2^2 + (1 + \nu^C) \cdot R_1'^2}{E^C \cdot (R_1'^2 - R_2^2)}; \quad d_2 = R_2 \cdot \frac{\nu^C}{E^C}; \quad e_2 = -R_2 \cdot \frac{\nu^S}{E^S}; \\ a_3 &= \frac{2\nu^C}{E^C}; \quad b_3 = -\frac{2\nu^S}{E^S} \cdot \left(1 + \frac{R_2'^2}{(R_2^2 - R_2'^2)} \right); \\ c_3 &= -\frac{2\nu^C}{E^C} \cdot \frac{R_2^2}{(R_1'^2 - R_2^2)}; \quad d_3 = -\frac{1}{E^C}; \quad e_3 = \frac{1}{E^S}; \\ d_4 &= \pi \cdot (R_1'^2 - R_2^2); \quad e_4 = \pi \cdot (R_2^2 - R_2'^2); \quad f_4 = -P; \\ b_1 &= e_1 = f_1 = f_2 = f_3 = a_4 = b_4 = c_4 = 0. \end{aligned}$$

Неизвестные $p_{01}, p_{02}, p^C, p^{S2}$ определяются из решения системы линейных алгебраических уравнений (3.2.2.15)

Пример

Принимаем величину приложенной нагрузки $P=1,5$ МН и размеры стальных труб $R_1=0,35$ м, $R_1'=0,32$ м, $R_2=0,1$ м, $R_2'=0,05$ м (размеры выбраны условно с целью большей наглядности представления характера распределения напряжений на графиках (Рисунки 3.2.2.1 – 3.2.2.4). Деформационно-прочностные характеристики материалов принимаем согласно нормативной документации [65; 67] для бетона класса В25 и стали С245.

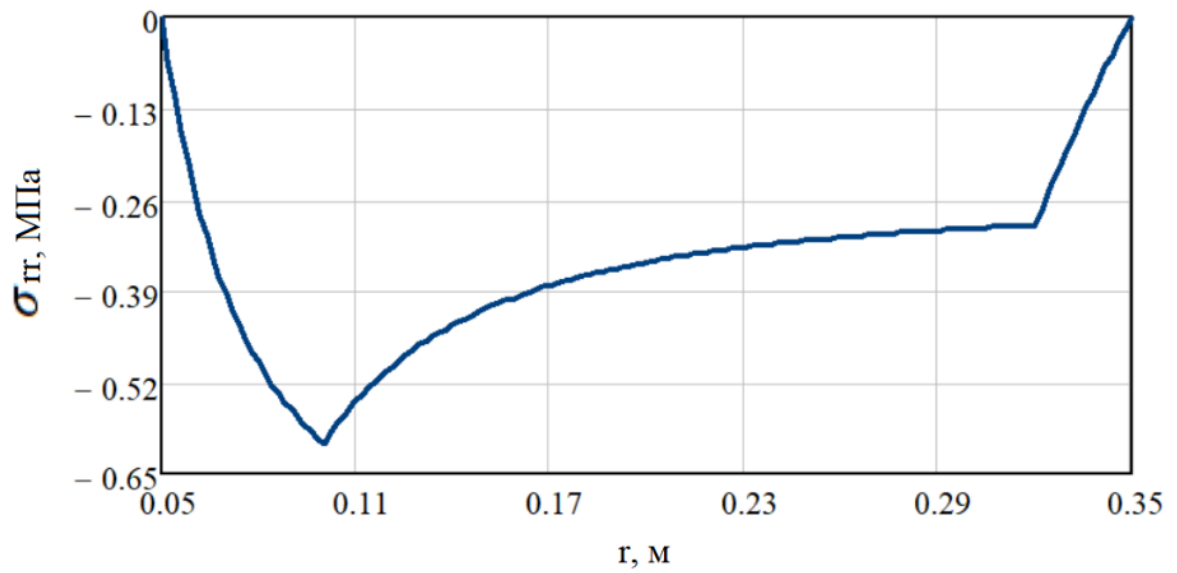


Рисунок 3.2.2.1 – График распределения радиальных напряжений по сечению стойки

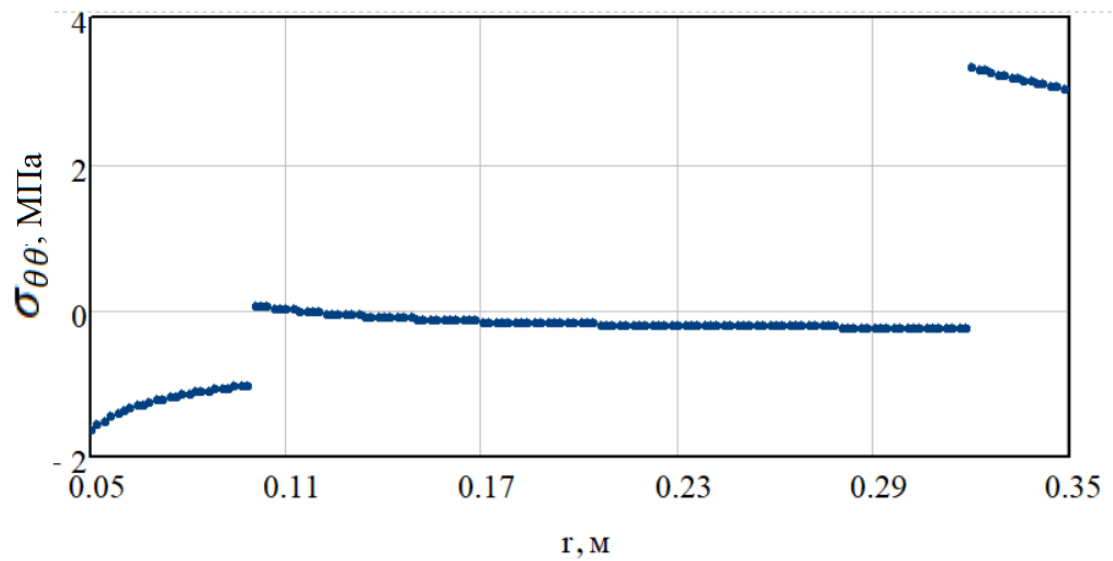


Рисунок 3.2.2.2 – График распределения тангенциальных напряжений по сечению стойки

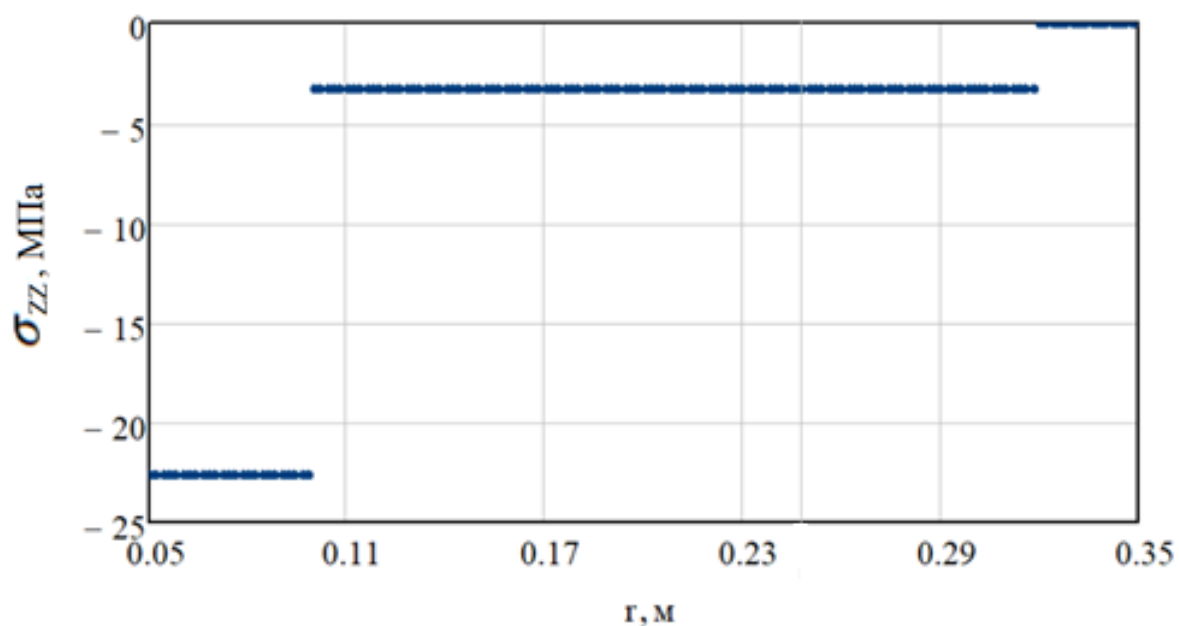


Рисунок 3.2.2.3 – График распределения осевых напряжений по сечению стойки

Рассмотрим отдельно график распределения тангенциальных напряжений по сечению бетонного полого цилиндра (Рисунок 3.2.2.4). Очевидно, что данные локальные напряжения не всегда являются сжимающими.

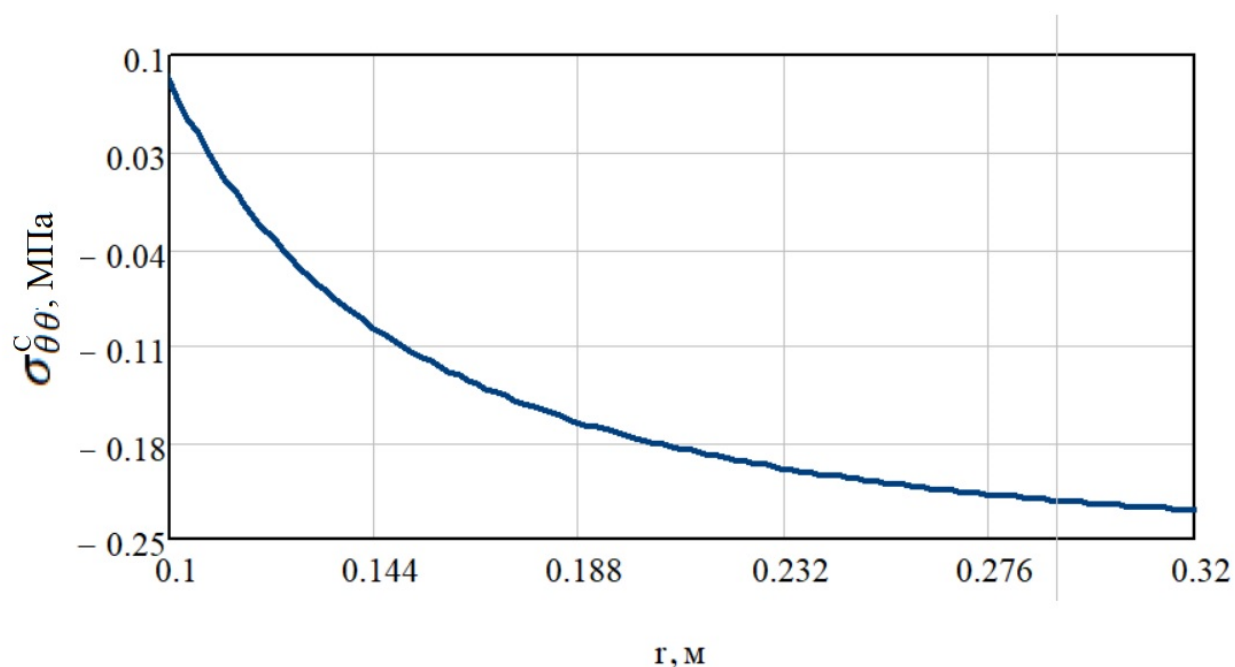


Рисунок 3.2.2.4 – График распределения тангенциальных напряжений в бетоне

Характер напряжений зависит от конструктивных показателей трубобетонной стойки. Тангенциальные напряжения в бетоне на контакте с

внутренней стальной трубой будут являться сжимающими лишь в случае выполнения следующего условия:

$$\frac{R_2^2 + R_1'^2}{R_1'^2 - R_2^2} \leq \frac{p_{01}}{p_{02} - p_{01}}.$$

В противном случае, локальные тангенциальные напряжения в бетоне являются растягивающими, что является недостатком конструкции бетонной стойки в стальной обойме с внутренней несущей трубой.

Наличие внутренней трубы не способствует увеличению радиальных напряжений в бетоне σ_{rr}^C около внешней трубы по сравнению с аналогичными напряжениями, возникающими в бетонной стойке в стальной обойме или способствует незначительно, в зависимости от параметров стойки. Так например, рассмотрим бетонную стойку в стальной обойме с внутренней несущей трубой с размерами труб $R_1=0,265\text{м}$, $R_1'=0,255\text{м}$, $R_2=0,051\text{м}$, $R_2'=0,043\text{м}$ и материалами: бетон В25, и сталь С245. При нагружении такой стойки осевой силой $P=4\text{ МН}$ в бетоне на контакте с внешней трубой возникают напряжения $\sigma_{rr}^C = -0,726\text{МПа}$, а в бетонной стойке в стальной обойме (без внутренней трубы) аналогичных параметров $\sigma_{rr}^C = -0,74\text{МПа}$. Помимо этого, в сравнении с бетонной стойкой в стальной обойме, в которой радиальные и тангенциальные сжимающие напряжения в бетонном ядре одинаковы по величине, в рассматриваемой конструкции $\sigma_{\theta\theta}^C$ являются растягивающими на контакте с внутренней трубой. При изменении параметров сечения стойки (уменьшение толщины стенки внутренней трубы, увеличение толщины стенки внешней трубы) можно добиться всестороннего сжатия бетона, но сжимающие напряжения $\sigma_{\theta\theta}^C$ все равно оказываются меньше σ_{rr}^C . А значит, в целом, напряженное состояние бетона рассматриваемой конструкции менее благоприятное.

Таким образом, согласно описанным свойствам, бетонная стойка в стальной обойме с внутренней несущей трубой является не перспективной конструкцией.

3.3 Бетонная стойка в композитной обойме

3.3.1 Моделирование напряженно-деформированного состояния композитной обоймы

Предлагается применение композитной обоймы, обладающей достаточно высокими прочностными характеристиками в поперечном направлении и незначительными в продольном. Примером такой обоймы являются базальтопластиковые, углепластиковые трубы.

Композитная оболочка представляет собой параллельно расположенные волокна материала повышенной прочности в связующей среде, волокна ориентированы поперек продольной оси трубы (Рисунок 3.3.1.1). Напряженно-деформированное состояние такой трубы рассматривается как осесимметричное (в цилиндрической системе координат $r\theta z$).

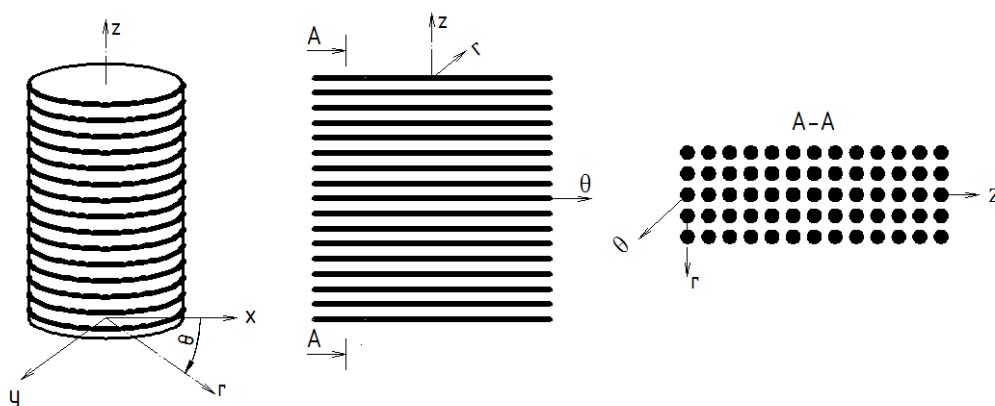


Рисунок 3.3.1.1 – Схема композитной обоймы бетонной стойки

Будем считать, что оболочка состоит из ортотропного упругого материала, для которого справедлив обобщенный закон Гука:

$$\begin{cases} \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{\sigma_{\theta\theta}}{E_{\theta}} - \nu_{\theta r} \frac{\sigma_{rr}}{E_r} - \nu_{\theta z} \frac{\sigma_{zz}}{E_z}; \\ \varepsilon_{rr} = -\nu_{r\theta} \frac{\sigma_{\theta\theta}}{E_{\theta}} + \frac{\sigma_{rr}}{E_r} - \nu_{rz} \frac{\sigma_{zz}}{E_z}; \\ \varepsilon_{zz} = -\nu_{z\theta} \frac{\sigma_{\theta\theta}}{E_{\theta}} - \nu_{zr} \frac{\sigma_{rr}}{E_r} - \frac{\sigma_{zz}}{E_z}, \end{cases}$$

где $\nu_{\alpha\beta}$ и E_α - коэффициенты Пуассона и модули Юнга для ортотропного материала. Свойства композитной трубы в направлениях z и r совпадают между собой, т.к. эти направления перпендикулярны волокнам обмотки, поэтому справедливы равенства:

$$E_z = E_r, \nu_{\theta z} = \nu_{\theta r}, \nu_{rz} = \nu_{zr}, \nu_{z\theta} = \nu_{r\theta}.$$

Кроме того из условий симметрии [14] справедливо:

$$\frac{\nu_{\theta r}}{E_r} = \frac{\nu_{r\theta}}{E_\theta}.$$

В результате выражения напряжений через деформации получаем пространственный закон напряженно-деформированного состояния материала композитной трубы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\theta\theta} = \varepsilon_{\theta\theta} \frac{E_\theta E_r (1 - \nu_{rz})}{E_r (1 - \nu_{rz}) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta} + \varepsilon_{rr} \frac{E_\theta E_r \nu_{\theta r}}{E_r (1 - \nu_{rz}) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta} + \\ + \varepsilon_{zz} \frac{E_\theta E_r \nu_{\theta r}}{E_r (1 - \nu_{rz}) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta}; \\ \sigma_{rr} = \varepsilon_{\theta\theta} \frac{E_\theta E_r \nu_{\theta r}}{E_r (1 - \nu_{rz}) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta} + \\ + \varepsilon_{rr} \left(\frac{E_r}{E_r - \nu_{\theta r}^2 E_\theta} \left(E_r + \frac{(\nu_{\theta r}^2 E_\theta + \nu_{rz} E_r)^2}{E_r (1 - \nu_{rz}^2) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta (1 + \nu_{rz})} \right) \right) + \\ + \varepsilon_{zz} \frac{E_r (\nu_{\theta r}^2 E_\theta + \nu_{rz} E_r)}{E_r (1 - \nu_{rz}^2) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta (1 + \nu_{rz})}; \\ \sigma_{zz} = \varepsilon_{\theta\theta} \frac{E_\theta E_r \nu_{\theta r}}{E_r (1 - \nu_{rz}) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta} + \varepsilon_{rr} \frac{E_r (\nu_{\theta r}^2 E_\theta + \nu_{rz} E_r)}{E_r (1 - \nu_{rz}^2) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta (1 + \nu_{rz})} + \\ + \varepsilon_{zz} \frac{E_r (E_r - \nu_{\theta r}^2 E_\theta)}{E_r (1 - \nu_{rz}^2) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta (1 + \nu_{rz})}; \\ \sigma_{rz} = 2G\varepsilon_{rz}, \end{array} \right. \quad (3.3.1.1)$$

где G – модуль сдвига материала трубы.

$$\varepsilon_{rr} = \frac{dU}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{U}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z}, \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \right). \quad (3.3.1.2)$$

3.3.2 Задача о композитной трубе с внутренним давлением

Рассмотрим вспомогательную задачу о композитной трубе отдельно от бетонного цилиндра. Воздействие бетона заменяем на равномерное давление на внутреннюю поверхность трубы $p_{вн}$, при этом, считаем, что это давление задано. Обозначим наружный и внутренний радиусы трубы - R_H и $R_{вн}$ соответственно и длину h (Рисунок 3.3.2.1). Рассматриваемая задача будет использована в дальнейшем для решения задачи о бетонной стойки в композитной обойме, решение которой будем искать в тех же предположениях, что и для бетонной стойки в стальной обойме, а именно, будем считать, что радиальные перемещения U зависят только от r , а продольные W – от z , следовательно $\varepsilon_{rz} = \sigma_{rz} = 0$.

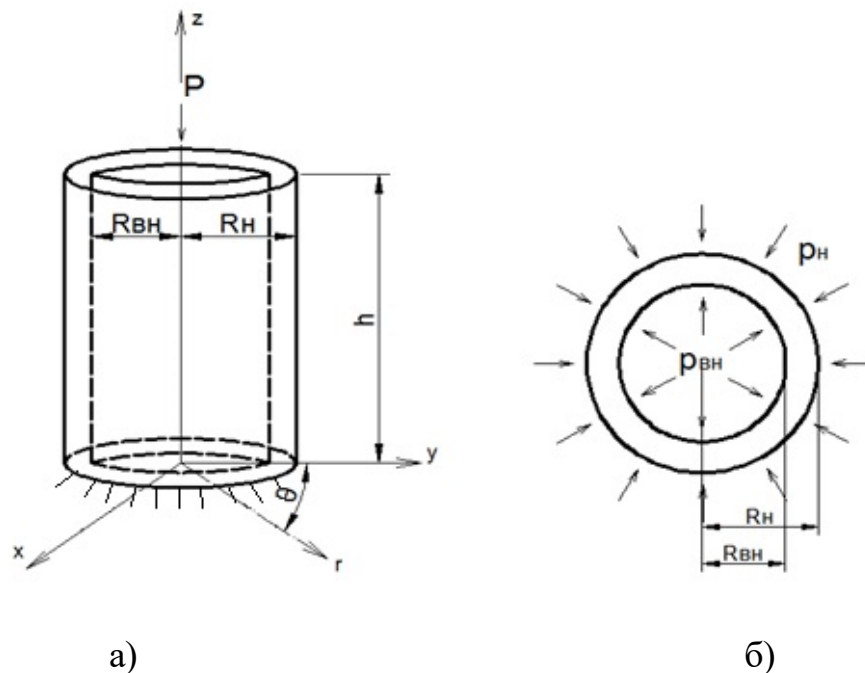


Рисунок 3.3.2.1 – Расчетная схема композитной трубы:

а) общий вид трубы; б) поперечное сечение трубы

В постановке рассматриваемой задачи справедливы уравнения равновесия и равенства для деформаций:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^T}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^T - \sigma_{\theta\theta}^T}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^T}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (3.3.2.1)$$

$$\varepsilon_{rr}^T = \frac{dU^T}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^T = \frac{U^T}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^T = \frac{dW^T}{dz}. \quad (3.3.2.2)$$

Материал трубы подчиняется закону напряженно-деформированного состояния

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^T &= \varepsilon_{\theta\theta}^T \frac{E_\theta^T E_r^T (1 - \nu_{rz}^T)}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} + \varepsilon_{rr}^T \frac{E_\theta^T E_r^T \nu_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} + \\ &+ \varepsilon_{zz}^T \frac{E_\theta^T E_r^T \nu_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T}; \\ \sigma_{rr}^T &= \varepsilon_{\theta\theta}^T \frac{E_\theta^T E_r^T \nu_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} + \\ &+ \varepsilon_{rr}^T \left(\frac{E_r^T}{E_r^T - (\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} \left(E_r^T + \frac{((\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T + \nu_{rz}^T E_r^T)^2}{E_r^T (1 - (\nu_{rz}^T)^2) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + \nu_{rz}^T)} \right) \right) + \\ &+ \varepsilon_{zz}^T \frac{E_r^T ((\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T + \nu_{rz}^T E_r^T)}{E_r^T (1 - (\nu_{rz}^T)^2) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + \nu_{rz}^T)}; \\ \sigma_{zz}^T &= \varepsilon_{\theta\theta}^T \frac{E_\theta^T E_r^T \nu_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} + \varepsilon_{rr}^T \frac{E_r^T ((\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T + \nu_{rz}^T E_r^T)}{E_r^T (1 - (\nu_{rz}^T)^2) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + \nu_{rz}^T)} + \\ &+ \varepsilon_{zz}^T \frac{E_r^T (E_r^T - (\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T)}{E_r^T (1 - (\nu_{rz}^T)^2) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + \nu_{rz}^T)}. \end{aligned} \right. \quad (3.3.2.3)$$

$$\text{Согласно (2.1.6.) } \sigma_{r\theta}^T = \sigma_{\theta z}^T = \sigma_{rz}^T = 0. \quad (3.3.2.4)$$

Зададим условие опирания на нижнем торце трубы и ограничим осевые перемещения. Труба находится под действием равномерного давления по внутренней поверхности трубы, остальные поверхности трубы свободны от нагрузок. Тогда справедливы краевые условия:

-условия на торцах:

$$\text{при } z = 0: W = 0; \quad (3.3.2.5a)$$

$$\text{при } z = h: \sigma_{zz}^T = 0; \quad (3.3.2.5b)$$

-условие на наружной поверхности трубы:

$$\text{при } r = R_n: \sigma_{rr}^T = 0; \quad (3.3.2.5c)$$

$$\sigma_{r\theta}^T = \sigma_{\theta z}^T = \sigma_{rz}^T = 0; \quad (3.3.2.5d)$$

-условие на внутренней поверхности трубы:

$$\text{при } r = R_{\text{вн}}: \sigma_{rr}^T = -p_{\text{вн}}. \quad (3.3.2.5e)$$

$$\sigma_{r\theta}^T = \sigma_{\theta z}^T = \sigma_{rz}^T = 0; \quad (3.3.2.5f)$$

Равенства (3.3.2.5d), (3.3.2.5f) выполняются автоматически в силу равенств (2.1.6).

Задача (3.3.2.1)-(3.3.2.5) является краевой задачей с двумя неизвестными функциями U и W . Для ее решения подставим равенства компонентов тензора деформаций (3.3.2.2) в закон (3.3.2.3):

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^T &= \frac{U^T}{r} \frac{E_\theta^T E_r^T (1 - \nu_{rz}^T)}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} + \frac{dU^T}{dr} \frac{E_\theta^T E_r^T \nu_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} + \\ &+ \frac{dW^T}{dz} \frac{E_\theta^T E_r^T \nu_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T}; \\ \sigma_{rr}^T &= \frac{U^T}{r} \frac{E_\theta^T E_r^T \nu_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} + \\ &+ \frac{dU^T}{dr} \left(\frac{E_r^T}{E_r^T - (\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} \left(E_r^T + \frac{((\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T + \nu_{rz}^T E_r^T)^2}{E_r^T (1 - (\nu_{rz}^T)^2) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + \nu_{rz}^T)} \right) \right) + \\ &+ \frac{dW^T}{dz} \frac{E_r^T ((\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T + \nu_{rz}^T E_r^T)}{E_r^T (1 - (\nu_{rz}^T)^2) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + \nu_{rz}^T)}; \\ \sigma_{zz}^T &= \frac{U^T}{r} \frac{E_\theta^T E_r^T \nu_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} + \frac{dU^T}{dr} \frac{E_r^T ((\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T + \nu_{rz}^T E_r^T)}{E_r^T (1 - (\nu_{rz}^T)^2) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + \nu_{rz}^T)} + \\ &+ \frac{dW^T}{dz} \frac{E_r^T (E_r^T - (\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T)}{E_r^T (1 - (\nu_{rz}^T)^2) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + \nu_{rz}^T)}. \end{aligned} \right. \quad (3.3.2.6)$$

В результате подстановки уравнений напряжений (3.3.2.6) в первое уравнение равновесия (3.3.2.1) получаем:

$$\frac{d^2 U^T}{dr^2} A_{com} + \frac{dU^T}{dr} \cdot \frac{1}{r} A_{com} - U^T \frac{1}{r^2} B_{com} + \frac{1}{r} \frac{dW^T}{dz} C_{com} = 0, \quad (3.3.2.7)$$

$$A_{com} = \frac{E_r^T}{E_r^T - (\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} \left(E_r^T + \frac{((\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T + \nu_{rz}^T E_r^T)^2}{E_r^T (1 - (\nu_{rz}^T)^2) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + \nu_{rz}^T)} \right),$$

$$B_{com} = \frac{E_\theta^T E_r^T (1 - \nu_{rz}^T)}{E_r^T (1 - \nu_{rz}^T) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T},$$

$$C_{com} = \frac{E_r^T ((\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T + \nu_{rz}^T E_r^T) - E_\theta^T E_r^T \nu_{\theta r}^T (1 + \nu_{rz}^T)}{E_r^T (1 - (\nu_{rz}^T)^2) - 2(\nu_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + \nu_{rz}^T)}.$$

Уравнение (3.3.2.7) является неоднородным дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами и отличается от аналогичного однородного уравнения (2.2.7) для стальной трубы последним слагаемым и константами. Преобразуем (3.3.2.7) в уравнение с постоянными коэффициентами, используя замену:

$$r = e^t, \quad t = \ln r,$$

$$\frac{dU^T}{dr} = \frac{dU^T}{dt} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{dU^T}{dt} \cdot \frac{1}{r}, \quad \frac{d^2U^T}{dr^2} = \frac{d^2U^T}{dt dr} \cdot \frac{1}{r} - \frac{dU^T}{dt} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad (3.3.2.8)$$

$$\frac{d^2U^T}{dt dr} = \frac{d^2U^T}{dt^2} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{d^2U^T}{dt^2} \cdot \frac{1}{r}, \quad \frac{d^2U^T}{dr^2} = \frac{d^2U^T}{dt^2} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{dU^T}{dt} \cdot \frac{1}{r^2}.$$

Полученные равенства (3.3.2.8) подставим в уравнение (3.3.2.7):

$$\frac{d^2U^T}{dt^2} \cdot \frac{1}{r^2} A_{com} - U^T \frac{1}{r^2} B_{com} + \frac{1}{r} \frac{dW^T}{dz} C_{com} = 0$$

$$\frac{d^2U^T}{dt^2} \cdot \frac{1}{r} A_{com} - U^T \frac{1}{r} B_{com} + \frac{dW^T}{dz} C_{com} = 0. \quad (3.3.2.9)$$

Используем второе уравнение равновесия (3.3.2.1). В результате подстановки равенства для напряжений системы (3.3.2.6) во второе уравнение равновесия (3.3.2.1) получаем:

$$\frac{\partial^2 W^T}{\partial z^2} \frac{E_r^T (E_r^T - (v_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T)}{E_r^T (1 - (v_{rz}^T)^2) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + v_{rz}^T)} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 W^T}{\partial z^2} = 0. \quad (3.3.2.10)$$

Уравнение (3.3.2.10) является однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение данного уравнения имеет вид:

$$W^T = C_1 z + C_2, \quad (3.3.2.12)$$

где C_1, C_2 – неизвестные константы интегрирования.

Согласно краевым условиям (3.3.2.5a)

$$W^T = C_1 \cdot z, \quad (3.3.2.13)$$

подставляем в (3.3.2.9):

$$\frac{d^2 U^T}{dt^2} \cdot \frac{1}{r} A_{com} - U^T \frac{1}{r} B_{com} + C_1 C_{com} = 0. \quad (3.3.2.14)$$

Решение дифференциального уравнения (3.3.2.14) имеет вид ($C_1 = k_3$):

$$U^T = k_1 r \sqrt{\frac{B_{com}}{A_{com}}} + k_2 r^{-\sqrt{\frac{B_{com}}{A_{com}}}} - k_3 \frac{C_{com}}{A_{com} - B_{com}} r. \quad (3.3.2.15)$$

Используя уравнения перемещений U (3.3.2.15) и W (3.3.2.13), получаем уравнения деформаций композитной трубы:

$$\varepsilon_{rr}^T = k_1 \sqrt{\frac{B_{com}}{A_{com}}} \cdot r^{\sqrt{\frac{B_{com}}{A_{com}}}-1} - k_2 \sqrt{\frac{B_{com}}{A_{com}}} r^{-\sqrt{\frac{B_{com}}{A_{com}}}-1} - k_3 \frac{C_{com}}{A_{com} - B_{com}}, \quad (3.3.2.16)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta}^T = k_1 \cdot r^{\sqrt{\frac{B_{com}}{A_{com}}}-1} + k_2 r^{-\sqrt{\frac{B_{com}}{A_{com}}}-1} - k_3 \frac{C_{com}}{A_{com} - B_{com}}, \quad \varepsilon_{zz}^T = k_3.$$

Подставляем (3.3.2.16) в закон напряженно-деформированного состояния трубы (3.3.2.6) и краевые условия (3.3.2.5), получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} k_1 \frac{1}{\sqrt{Z_{com}+1}} (E_{\theta}^T v_{\theta r}^T (1 + v_{rz}^T) + \sqrt{Z_{com}} ((v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T + v_{rz}^T E_r^T)) \cdot (R_h^{\sqrt{Z}+1} - R_{\theta h}^{\sqrt{Z}+1}) + \\ + k_2 \frac{1}{\sqrt{Z_{com}+1}} (E_{\theta}^T v_{\theta r}^T (1 + v_{rz}^T) - \sqrt{Z} ((v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T + v_{rz}^T E_r^T)) \cdot (R_h^{-\sqrt{Z}+1} - R_{\theta h}^{-\sqrt{Z}+1}) + \\ + k_3 \frac{1}{2} (E_r^T - (v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T - W_{com}) \cdot (R_h^2 - R_{\theta h}^2) = 0; \\ k_1 (L + \sqrt{Z_{com}} \cdot A_{com}) R_{\theta h}^{\sqrt{Z}-1} + k_2 (L - \sqrt{Z_{com}} \cdot A_{com}) R_{\theta h}^{-\sqrt{Z}-1} + \\ + k_3 (Q_{com} - M_{com} (L_{com} + A_{com})) + p_{\theta h} = 0; \\ k_1 (L_{com} + \sqrt{Z_{com}} \cdot A_{com}) R_h^{\sqrt{Z}-1} + k_2 (L_{com} - \sqrt{Z_{com}} \cdot A_{com}) R_h^{-\sqrt{Z}-1} + \\ + k_3 (Q_{com} - M_{com} (L_{com} + A_{com})) = 0, \end{cases} \quad (3.3.2.17)$$

где $k_1, k_2, k_3, p_{\theta h}$ – неизвестные; $M_{com}, Z_{com}, W_{com}, L_{com}, A_{com}, Q_{com}, N_{com}$ – константы

$$M_{com} = \frac{(((v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T + v_{rz}^T E_r^T) - E_{\theta}^T v_{\theta r}^T (1 + v_{rz}^T)) (E_r^T - (v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T)}{E_r^T (E_r^T (1 - (v_{rz}^T)^2) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T (1 + v_{rz}^T)) + ((v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T + v_{rz}^T E_r^T)^2 - E_{\theta}^T (1 - (v_{rz}^T)^2) (E_r^T - (v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T)},$$

$$Z_{com} = \frac{E_{\theta}^T (1 - (v_{rz}^T)^2) (E_r^T - (v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T)}{E_r^T (E_r^T (1 - (v_{rz}^T)^2) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T (1 + v_{rz}^T)) + ((v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T + v_{rz}^T E_r^T)^2},$$

$$W_{com} = \frac{(((v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T + v_{rz}^T E_r^T)^2 - (E_{\theta}^T)^2 (v_{\theta r}^T)^2 (1 + v_{rz}^T)^2) (E_r^T - (v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T)}{E_r^T (E_r^T (1 - (v_{rz}^T)^2) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T (1 + v_{rz}^T)) + (E_r^T - (v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T) (((v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T + v_{rz}^T E_r^T)^2 - E_{\theta}^T (1 - (v_{rz}^T)^2))},$$

$$L_{com} = \frac{E_{\theta}^T E_r^T v_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - v_{rz}^T) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T},$$

$$A_{com} = \frac{E_r^T}{E_r^T - (v_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T} \left(E_r^T + \frac{((v_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T + v_{rz}^T E_r^T)^2}{E_r^T (1 - (v_{rz}^T)^2) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + v_{rz}^T)} \right),$$

$$Q_{com} = \frac{E_r^T ((v_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T + v_{rz}^T E_r^T)}{E_r^T (1 - (v_{rz}^T)^2) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_\theta^T (1 + v_{rz}^T)}.$$

Для решения задачи необходимо определение величины давления p_{6H} .

3.3.3 Пространственный расчет бетонной стойки в композитной обойме

Постановка задачи о бетонной стойке в композитной обойме аналогична задаче о бетонной стойке в стальной обойме, однако уравнения напряженно-деформированного состояния трубы меняются.

В постановке рассматриваемой задачи справедливы уравнения напряженно-деформированного состояния бетонного ядра

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{rr}^C + \lambda^C(\varepsilon_{\theta\theta}^C + \varepsilon_{zz}^C), \\ \sigma_{\theta\theta}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{\theta\theta}^C + \lambda^C(\varepsilon_{rr}^C + \varepsilon_{zz}^C), \\ \sigma_{zz}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{zz}^C + \lambda^C(\varepsilon_{rr}^C + \varepsilon_{\theta\theta}^C), \end{cases}$$

$$\lambda^C = \frac{E^C \nu^C}{(1 - 2\nu^C)(1 + \nu^C)}, \mu^C = \frac{E^C}{2(1 + \nu^C)},$$

уравнения напряженно-деформированного состояния композитной трубы

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^T &= \varepsilon_{\theta\theta}^T \frac{E_{\theta}^T E_r^T (1 - v_{rz}^T)}{E_r^T (1 - v_{rz}^T) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T} + \varepsilon_{rr}^T \frac{E_{\theta}^T E_r^T v_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - v_{rz}^T) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T} + \\ &+ \varepsilon_{zz}^T \frac{E_{\theta}^T E_r^T v_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - v_{rz}^T) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T}; \\ \sigma_{rr}^T &= \varepsilon_{\theta\theta}^T \frac{E_{\theta}^T E_r^T v_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - v_{rz}^T) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T} + \\ &+ \varepsilon_{rr}^T \left(\frac{E_r^T}{E_r^T - (v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T} \left(E_r^T + \frac{((v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T + v_{rz}^T E_r^T)^2}{E_r^T (1 - (v_{rz}^T)^2) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T (1 + v_{rz}^T)} \right) \right) + \\ &+ \varepsilon_{zz}^T \frac{E_r^T ((v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T + v_{rz}^T E_r^T)}{E_r^T (1 - (v_{rz}^T)^2) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T (1 + v_{rz}^T)}; \\ \sigma_{zz}^T &= \varepsilon_{\theta\theta}^T \frac{E_{\theta}^T E_r^T v_{\theta r}^T}{E_r^T (1 - v_{rz}^T) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T} + \varepsilon_{rr}^T \frac{E_r^T ((v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T + v_{rz}^T E_r^T)}{E_r^T (1 - (v_{rz}^T)^2) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T (1 + v_{rz}^T)} + \\ &+ \varepsilon_{zz}^T \frac{E_r^T (E_r^T - (v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T)}{E_r^T (1 - (v_{rz}^T)^2) - 2(v_{\theta r}^T)^2 E_{\theta}^T (1 + v_{rz}^T)}, \end{aligned} \right.$$

уравнения равновесия в случае осесимметричной задачи

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}^T}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^T - \sigma_{\theta\theta}^T}{r} &= 0, & \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}^C}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^C}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr}^C - \sigma_{\theta\theta}^C}{r} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^T}{\partial z} &= 0, & \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{zz}^C}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \right. \end{aligned} \right.$$

а также равенства определения деформаций

$$\varepsilon_{rr}^T = \frac{dU^T}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^T = \frac{U^T}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^T = \frac{\partial W^T}{\partial z}, \quad \varepsilon_{rr}^C = \frac{dU^C}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^C = \frac{U^C}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^C = \frac{dW^C}{dz}.$$

Стойка находится под действием осевой сосредоточенной силы P , однако характер распределения осевых напряжений в бетонном ядре не известен. Задачу будем рассматривать в постановке Сен-Венана, в соответствии с принципом которого ставится интегральное краевое условие на торце:

$$\text{при } z = h: \int_{F^C} \sigma_{zz}^C dF^C = -P. \quad (3.3.3.1)$$

Также на нижнем торце стойки отсутствуют продольные перемещения точек, что связано с условием опирания $W^C = W^T = 0$ (при $z = 0$). Помимо этого, на

наружной поверхности композитной трубы радиальные напряжения равны нулю $\sigma_{rr}^T = 0$ (при $r = R_H$).

Решение задачи о сжатии бетонной стойки в композитной обойме будем искать на основе решений, полученных для композитной трубы в параграфе 3.3.2 и цилиндра в – 2.3. В задаче о сжатии цилиндра осевые напряжения в бетонном ядре с площадью сечения F^C являются постоянной величиной и выражены через давление на цилиндр p^C (2.3.14), тогда интеграл продольных напряжений по площади сечения стойки (3.3.3.1) может быть раскрыт. Краевые условия принимают вид:

-условия на торцах:

$$1) \text{ при } z = 0: W^C = W^T = 0; \quad (3.3.3.2a)$$

$$2) \text{ при } z = h: \int_{F^C} \sigma_{zz}^C dF^C = -p^C \cdot F^C = -P; \quad (3.3.3.2b)$$

-условие на боковой поверхности стойки:

$$3) \text{ при } r = R_H: \sigma_{rr}^T = 0. \quad (3.3.3.2c)$$

В рассматриваемой задаче отсутствует совместная работа бетонного ядра и композитной трубы в продольном направлении, а взаимодействие в поперечном направлении основывается на равенстве радиальных напряжений и перемещений на контакте трубы и бетонного ядра (при $r = R_{BH}$). Тогда условия сопряжения композитной трубы и бетона принимают вид:

$$1) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^T; \quad (3.3.3.3a)$$

$$2) U^C = U^T; \quad (3.3.3.3b)$$

$$3) \sigma_{rz}^C = \sigma_{rz}^T, \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{r\theta}^T, \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{\theta z}^T. \quad (3.3.3.3c)$$

Так как решение задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 3.3.2 и цилиндра в – 2.3, где согласно (3.3.2.5f) и (2.3.5d) касательные напряжения для композитной трубы и бетона равны нулю, то равенства условий сопряжения (3.3.3.3c) будут выполняться автоматически и могут быть переписаны в виде:

$$\sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{rz}^T = \sigma_{r\theta}^T = \sigma_{\theta z}^T = 0.$$

По (2.3.18) радиальные напряжения в бетонном ядре являются постоянной величиной $\sigma_{rr}^c = -p_n$, где p_n – давление на цилиндр со стороны трубы. По (3.3.2.5e) на внутренней поверхности трубы $\sigma_{rr}^T = -p_{вн}$ (при $r = R_{вн}$), где $p_{вн}$ – давление на трубу со стороны бетонного ядра. Согласно первому условию сопряжения (3.3.3.3a) радиальные напряжения на контакте композитной трубы и бетонного ядра совпадают $\sigma_{rr}^c = \sigma_{rr}^T$ (при $r = R_{вн}$). Тогда обозначим давление взаимодействия трубы и бетонного ядра как $p_n = p_{вн} = p_0$, и напряжениям на их контакте соответствует равенство $\sigma_{rr}^c = \sigma_{rr}^T = -p_0$ (при $r = R_{вн}$).

Применим результаты решения задачи о бетонном цилиндре (параграф 2.3), учитывая условия рассматриваемой задачи и заменяя p_n на p_0 . Согласно полученной ранее системе уравнений (2.3.18) и (3.3.3.2b) напряжения, возникающие в бетонном цилиндре, определены следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^c = -p_0 ; \\ \sigma_{zz}^c = -p^c = -\frac{P}{F^c} ; \\ \sigma_{\theta\theta}^c = -p_0. \end{cases} \quad (3.3.3.4)$$

Согласно (3.1.7) и (3.1.8) радиальные и продольные перемещения точек бетонного ядра определены следующим образом:

$$U^c = \frac{-p_0(\mu^c(3\lambda^c + 2\mu^c) + (\lambda^c)^2) + p^c(\lambda^c + \mu^c)\lambda^c}{2\mu^c(3\lambda^c + 2\mu^c)(\lambda^c + \mu^c)} \cdot r, \quad (3.3.3.5)$$

$$W^c = \frac{p_0 \cdot \lambda^c - p^c(\lambda^c + \mu^c)}{\mu^c(3\lambda^c + 2\mu^c)} \cdot z. \quad (3.3.3.6)$$

Используя уравнение сопряжения композитной обоймы и бетонного ядра (3.3.3.3), получаем четвертое уравнение системы (3.3.2.17). Неизвестные k_1, k_2, k_3, p_0 определяются из решения системы:

$$\left\{ \begin{aligned} & k_1 \frac{1}{\sqrt{Z_{com}} + 1} (E_\theta v_{\theta r} (1 + v_{rz}) + \sqrt{Z_{com}} (v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r)) \cdot (R_h^{\sqrt{Z}+1} - R_{\theta h}^{\sqrt{Z}+1}) + \\ & + k_2 \frac{1}{\sqrt{Z_{com}} + 1} (E_\theta v_{\theta r} (1 + v_{rz}) - \sqrt{Z} (v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r)) \cdot (R_h^{-\sqrt{Z}+1} - R_{\theta h}^{-\sqrt{Z}+1}) + \\ & + k_3 \frac{1}{2} (E_r - v_{\theta r}^2 E_\theta - W_{com}) \cdot (R_h^2 - R_{\theta h}^2) = 0; \\ & k_1 (L_{com} + \sqrt{Z_{com}} \cdot A_{com}) R_{\theta h}^{\sqrt{Z}-1} + k_2 (L - \sqrt{Z_{com}} \cdot A_{com}) R_{\theta h}^{-\sqrt{Z}-1} + \\ & + k_3 (Q_{com} - M_{com} (L_{com} + A_{com})) + p_0 = 0; \\ & k_1 (L_{com} + \sqrt{Z_{com}} \cdot A_{com}) R_h^{\sqrt{Z}-1} + k_2 (L_{com} - \sqrt{Z_{com}} \cdot A_{com}) R_h^{-\sqrt{Z}-1} + \\ & + k_3 (Q_{com} - M_{com} (L_{com} + A_{com})) = 0; \\ & k_1 R_{\theta h}^{\sqrt{Z}-1} + k_2 R_{\theta h}^{-\sqrt{Z}-1} - k_3 M_{com} = \\ & = \frac{-p_0 (\mu^C (3\lambda^C + 2\mu^C) + (\lambda^C)^2) + p^C (\lambda^C + \mu^C) \lambda^C}{2\mu^C (3\lambda^C + 2\mu^C) (\lambda^C + \mu^C)}, \end{aligned} \right.$$

Константы M_{com} , Z_{com} , W_{com} , L_{com} , A_{com} , Q_{com} , N_{com} определены в параграфе 3.3.2.

Пример

Рассмотрим пример расчета бетонной стойки в стальной и базальтопластиковой обоймах. Сравним толщины стальной и базальтопластиковой труб при равных давлениях обжатия бетона.

Принимаем $R_{\theta h}=0,210$ м, задаемся разными толщинами стенки трубы. Деформационно-прочностные характеристики бетона и стали принимаем согласно [65; 67] для бетона класса В25 и стали С245. Характеристики базальтопластиковой трубы принимаем согласно [54]: $v_{\theta r}=0,206$, $v_{rz}=0,14$, $E_r=24520$ МПа, $E_\theta=36050$ МПа.

В Таблице 3.3.3.1 представлены результаты конструирования с использованием таких оболочек.

Таблица 3.3.3.1 – Результаты расчетов

p_0 , МПа	Толщина стенки стальной трубы, мм	Толщина стенки базальтопластиковой трубы, мм
0,37	4	24
0,56	6	41
0,74	8	62

Толщина базальтопластиковой трубы превышает толщину стальной трубы в 6-8 раз. При подсчете масса базальтопластиковой оболочки превышает массу стальной в 1,6-2,2 раз. Таким образом, использование оболочек из разработанных в настоящее время материалов менее эффективно, чем использование стальных оболочек. Конструкция бетонной стойки в композитной обойме перспективна, но для применения композитных оболочек необходима разработка иных конструкций этих оболочек с использованием других армирующих материалов.

3.4 Предварительно напряженная трубобетонная стойка.

Пространственный расчет

Предлагается использование нового типа конструкции – предварительно напряженной трубобетонной стойки. Предварительное обжатие бетонного ядра стойки реализуется при помощи её конструктивной особенности, а именно устройством первоначального выступа бетонного ядра над уровнем стальной трубы на величину d в верхней опорной части (Рисунок 3.4.1).

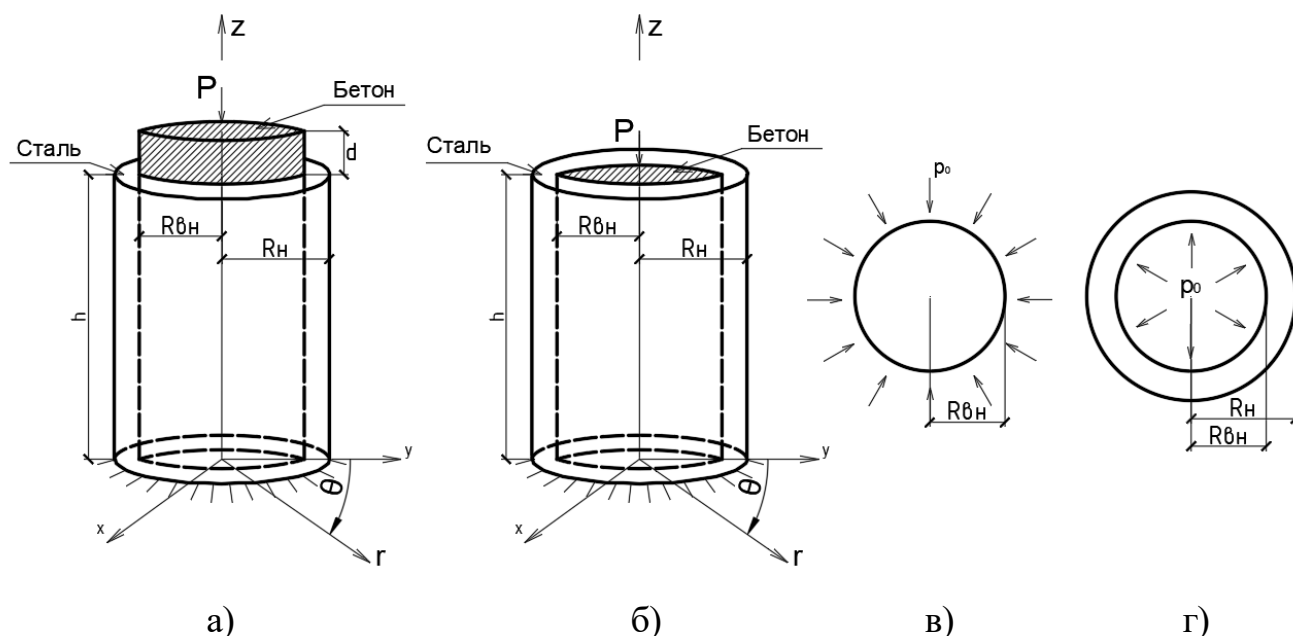


Рисунок 3.4.1 – Расчетная схема предварительно напряженной трубобетонной стойки: а) стойка на стадии 1 работы; б) стойка на стадии 2 работы; в) схема обжатия сечения бетонного ядра; г) схема воздействия бетонного ядра на сечение стальной трубы.

Во избежании задира выступа бетонного ядра о стенки трубы в районе торца (при прикладывании осевой сжимающей нагрузки на выступающее бетонного ядро) необходимо предусмотреть меры по приданию жесткости бетонного выступа в радиальном направлении. Примером такого возможного принципиального решения является устройство тонкого гибкого стального листа, являющегося одновременно несъемной опалубкой бетонного выступа (Рисунок 3.4.2). Тонкий стальной лист, свернутый в цилиндр, удерживается в стальной трубе за счет сил упругости. Для большей жесткости в радиальном направлении к установленному в трубу листу привариваются поперечные арматурные стержни.

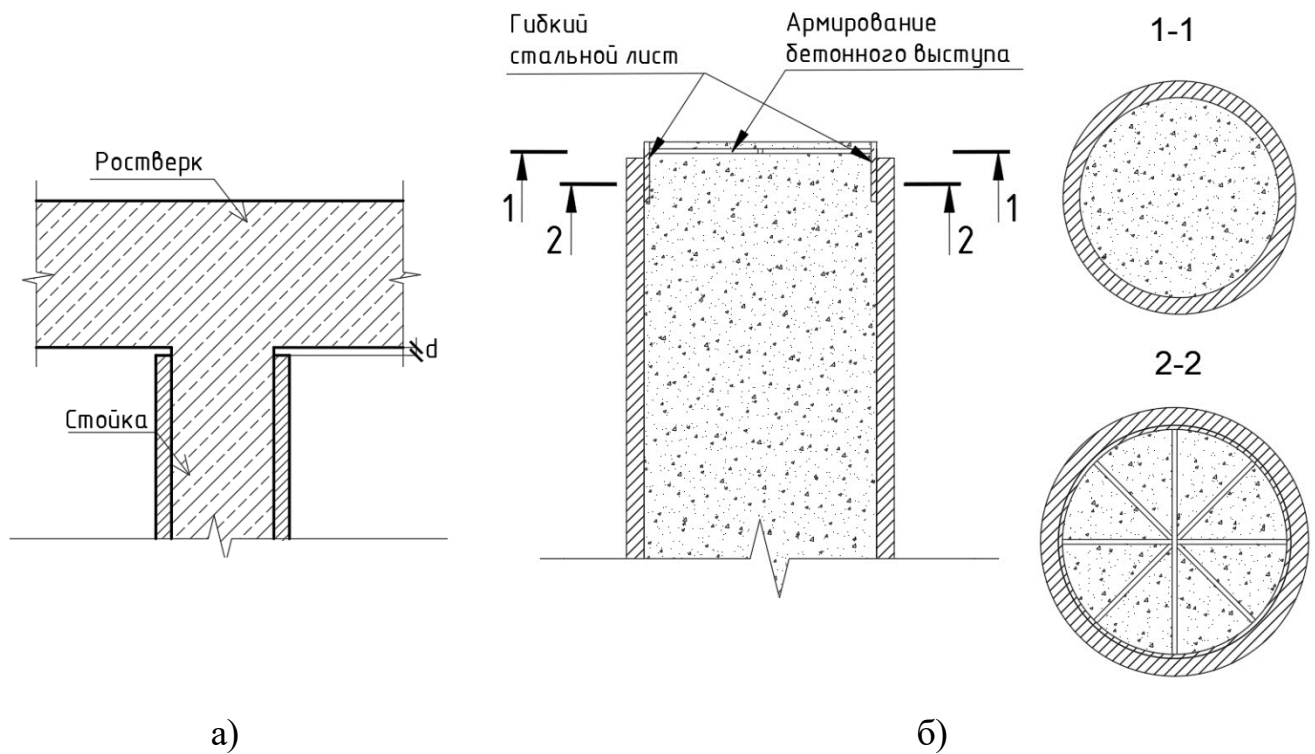


Рисунок 3.4.2 – Принципиальная схема: а) сопряжения стойки с ростверком; б) усиления оголовка предварительно напряженной трубобетонной стойки

Уравнения напряженно-деформированного состояния стали и бетонного ядра

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{rr}^S + \lambda^S(\varepsilon_{\theta\theta}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{\theta\theta}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{\theta\theta}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{zz}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{zz}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{\theta\theta}^S), \end{cases}$$

$$\lambda^S = \frac{E^S \nu^S}{(1 - 2\nu^S)(1 + \nu^S)}, \mu^S = \frac{E^S}{2(1 + \nu^S)},$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{rr}^C + \lambda^C(\varepsilon_{\theta\theta}^C + \varepsilon_{zz}^C), \\ \sigma_{\theta\theta}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{\theta\theta}^C + \lambda^C(\varepsilon_{rr}^C + \varepsilon_{zz}^C), \\ \sigma_{zz}^C = (\lambda^C + 2\mu^C)\varepsilon_{zz}^C + \lambda^C(\varepsilon_{rr}^C + \varepsilon_{\theta\theta}^C), \end{cases}$$

$$\lambda^C = \frac{E^C \nu^C}{(1 - 2\nu^C)(1 + \nu^C)}, \mu^C = \frac{E^C}{2(1 + \nu^C)},$$

уравнения равновесия в случае осесимметричной задачи

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^S}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^S}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr}^S - \sigma_{\theta\theta}^S}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^S}{\partial z} = 0. \end{cases}, \begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^C}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^C}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr}^C - \sigma_{\theta\theta}^C}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^C}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

а также равенства определения деформаций

$$\varepsilon_{rr}^S = \frac{dU^S}{dr}, \varepsilon_{\theta\theta}^S = \frac{U^S}{r}, \varepsilon_{zz}^S = \frac{dW^S}{dz}, \varepsilon_{rr}^C = \frac{dU^C}{dr}, \varepsilon_{\theta\theta}^C = \frac{U^C}{r}, \varepsilon_{zz}^C = \frac{dW^C}{dz}$$

справедливы в постановке рассматриваемой задачи.

Работа предлагаемой предварительно напряженной трубобетонной стойки, характеризуется двумя стадиями нагружения, переход между которыми реализуется в следствии возрастания внешней нагрузки.

Стадия нагружения 1 «Предварительное обжатие бетонного ядра»: на этой стадии стойка работает, как бетонная стойка в стальной обойме. Внешняя сжимающая нагрузка прикладывается только на выступающее над уровнем трубы бетонное ядро, работа стальной трубы в продольном направлении отсутствует, однако в поперечном направлении труба сдерживает деформации бетонного ядра, оказывая реактивное сжимающее давление на бетон в радиальном направлении p_o , то есть работает в качестве обоймы. При работе стойки на этой стадии справедливы краевые условия и условия сопряжения стали-бетона, описанные в параграфе 3.1.

Краевые условия:

-условия на торцах:

$$1) \text{ при } z = 0: W^C = W^S = 0; \quad (3.4.1a)$$

$$2) \text{ при } z = h: \int_{F^C} \sigma_{zz}^C dF^C = -p^C \cdot F^C = -P; \quad (3.4.1b)$$

-условие на наружной поверхности цилиндра:

$$3) \text{ при } r = R_{\text{н}}: \sigma_{rr}^S = 0. \quad (3.4.1c)$$

Условия сопряжения стали-бетона (*при* $r = R_{\text{вн}}$):

$$1) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S = -p_0; \quad (3.4.2a)$$

$$2) U^C = U^S; \quad (3.4.2b)$$

$$3) \sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0. \quad (3.4.2c)$$

При приложении нагрузки P_d , высота бетонно ядра укорачивается на величину d , при этом величина давления обжатия бетона трубой, обозначаемая p_{od} , создает предварительные сжимающие радиальные напряжения в бетоне.

Стадия нагружения 2 «Расчетное рабочее состояние»: в связи с укорочением высоты бетонного ядра, опорные поверхности бетона и стали находятся на одинаковом уровне, нагрузка прикладывается на всё сечение стойки, включая стальную трубу (Рисунок 3.4.1). Стойка работает как традиционная трубобетонная стойка с предварительно обжатым бетонным ядром. При работе стойки на этой стадии справедливы краевые условия и условия сопряжения стали-бетона, описанные в параграфе 2.4.

Краевые условия:

-условия на торцах:

$$1) \text{ при } z = 0: W^C = W^S = 0; \quad (3.4.3a)$$

$$2) \text{ при } z = h: \int_F \sigma_{zz} dF = -p^S \cdot F^S - p^C \cdot F^C = -P; \quad (3.4.3b)$$

-условие на наружной поверхности цилиндра:

$$3) \text{ при } r = R_{\text{н}}: \sigma_{rr}^S = 0. \quad (3.4.3c)$$

Условия сопряжения бетона-стали (*при* $r = R_{\text{вн}}$):

$$1) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S = -p_0; \quad (3.4.4a)$$

$$2) U^C = U^S; \quad (3.4.4b)$$

$$3) W^C = W^S. \quad (3.4.4c)$$

$$4) \sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0. \quad (3.4.4d)$$

Стадия нагружения 1 «Предварительное обжатие бетонного ядра».

На этой стадии нагружения справедливо решение, полученное для бетонной стойки в стальной обойме в параграфе 3.1.

Определим величину силы P_d , в результате действия которой на бетонную стойку в стальной обойме (стадия 1) высота бетонно ядра укорачивается на величину выступа d . При этом на бетонное ядро действуют радиальное давление обжатия p_{0d} и осевое давление p_d^c .

При укорочении высоты бетонного ядра на величину выступа d , осевые перемещения верхней точки ядра, согласно уравнению (3.1.8), определяются следующим образом:

$$W^C = -d = \frac{p_{0d} \cdot \lambda^c - p_d^c (\lambda^c + \mu^c)}{\mu^c (3\lambda^c + 2\mu^c)} h, \quad (3.4.5)$$

где h – высота бетонного ядра стойки.

В равенстве (3.4.5) удобно выразить величину d и переписать его в следующем виде:

$$d = -(p_{0d} \cdot 2J - p_d^c \cdot H)h, \quad (3.4.6)$$

$$J = \frac{\lambda^c}{2\mu^c (3\lambda^c + 2\mu^c)}, H = \frac{(\lambda^c + \mu^c)}{\mu^c (3\lambda^c + 2\mu^c)}.$$

Согласно полученным формулам (3.1.16) и (3.1.17) давление обжатие бетона стальной обоймой и осевое давление на бетонное ядро при действии силы P_d определяются по зависимостям:

$$p_{0d} = p_d^c \frac{J}{L + K}, \quad p_d^c = \frac{P_d}{F^c}. \quad (3.4.7)$$

Подставляя (3.4.7) в (3.4.6), выражаем зависимость величины силы P_d от величины выступа d :

$$P_d = \frac{d \cdot F^c (L + K)}{h(H(L + K) - 2J^2)}. \quad (3.4.8)$$

Формула (3.4.8) позволяет определить величину силы P_d , в результате действия которой на бетонную стойку в стальной обойме (стадия 1) высота бетонно ядра укорачивается на величину выступа d , при заданной величине d .

Подставляя (3.4.8) в (3.4.7), получаем формулу определения давления обжатия бетона трубой при действии силы P_d :

$$p_{0d} = \frac{d \cdot J}{h(H(L + K) - 2J^2)}, \quad (3.4.9)$$

и осевого давления на бетонное ядро действия силы P_d :

$$p_d^c = \frac{d(L + K)}{h(H(L + K) - 2J^2)}. \quad (3.4.10)$$

Стадия нагружения 2 «Расчетное рабочее состояние».

В результате действия силы P_d и укорочения бетонного ядра на величину d , предварительно напряженная стойка переходит на стадию 2 работы. Нагрузка на этой стадии прикладывается ко всему сечению стойки, поэтому приращения величин (от момента перехода на стадию 2 работы стойки) определены из решения задачи о сжатии традиционной трубобетонной стойки, представленной в параграфе 2.4. Нагрузка возрастает на величину ΔP , при этом осевые и радиальные давления на бетон, а также осевые на трубу, претерпевают приращения:

$$P = P_d + \Delta P, p^c = p_d^c + \Delta p^c, p_0 = p_{0d} + \Delta p_0, p^s = \Delta p^s. \quad (3.4.11)$$

где приращения давлений определяются согласно формулам (2.4.19) – (2.4.21):

$$\Delta p^c = \Delta P \frac{Y(K + L) - D(2J + \alpha)}{F^c(Y(K + L) - D(2J + \alpha)) + F^s(H(K + L) - J(2J + \alpha))}$$

$$\Delta p_0 = \Delta P \frac{YJ - HD}{F^c(Y(K + L) - D(2J + \alpha)) + F^s(H(K + L) - J(2J + \alpha))},$$

Осевое давление на стальную трубу определяется согласно (2.4.20) и (2.4.22):

$$\Delta p^s = \Delta P \frac{H(K + L) - J(2J + \alpha)}{F^c(Y(K + L) - D(2J + \alpha)) + F^s(H(K + L) - J(2J + \alpha))}$$

Согласно (2.4.4) осевые нормальные напряжения в бетонном ядре, вызванные действием силы P , совпадают с осевым давлением p^c (3.4.11) с обратным знаком. Тогда, подставляя равенство для осевого давления p_d^c (3.4.10) во второе равенство (3.4.11), учитывая (2.4.4), получаем формулу определения осевых напряжений в бетонном ядре от действия силы P на стадии нагружения 2:

$$\sigma_{zz}^c = -\frac{d(L+K)}{h(H(L+K)-2J^2)} - \Delta P \frac{Y(K+L) - D(2J+\alpha)}{F^c(Y(K+L) - D(2J+\alpha)) + F^s(H(K+L) - J(2J+\alpha))}. \quad (3.4.12)$$

Подставляя (3.4.9) в третье равенство (3.4.11) получаем формулу определения радиального давления обжатия бетонного ядра при действии силы P на стадии нагружения 2:

$$p_0 = \frac{d \cdot J}{h(H(L+K) - 2J^2)} + \Delta P \frac{YJ - HD}{F^c(Y(K+L) - D(2J+\alpha)) + F^s(H(K+L) - J(2J+\alpha))}. \quad (3.4.13)$$

Величина прикладываемой осевой силы P ограничивается величиной нормальных осевых напряжений, возникающих в бетонном ядре, предельная величина которых является расчетным сопротивлением обжатого трубой бетона на сжатие:

$$-R_{b,3} \leq \sigma_{zz}^c. \quad (3.4.14)$$

При трехосном сжатии происходит упрочнение бетона [7]. Расчетное сопротивление бетона в обжатом состоянии определяется зависимостью (3.1.18):

$$R_{b,3} = R_b + 4p_0. \quad (3.4.15)$$

Подставляя (3.4.15) в (3.4.14) преобразуем условие прочности бетонного ядра:

$$\sigma_{zz}^c \geq -R_b - 4p_0. \quad (3.4.16)$$

Выразим значение максимальной допустимой осевой сжимающей силы P , прикладываемой на предварительно напряженную трубобетонную стойку. Подставляя (3.4.12) и (3.4.13) в неравенство (3.4.16) в предельном состоянии (неравенство переходит в равенство), получаем:

$$-\frac{d(L+K)}{h(H(L+K) - 2J^2)} - \Delta P \frac{Y(K+L) - D(2J+\alpha)}{F^c(Y(K+L) - D(2J+\alpha)) + F^s(H(K+L) - J(2J+\alpha))} = \quad (3.4.17)$$

$$= -R_b - 4 \frac{d \cdot J}{h(H(L + K) - 2J^2)} -$$

$$- 4\Delta P \frac{YJ - HD}{F^C(Y(K + L) - D(2J + \alpha)) + F^S(H(K + L) - J(2J + \alpha))}.$$

Учитывая из (3.4.11), что $\Delta P = P - P_d$, где P_d определяется по (3.4.8) выражаем из (3.4.17) значение максимальной допустимой нагрузки P на предварительно напряженную стойку:

$$P = \left(R_b + \frac{d(4J - (L + K))}{h(H(L + K) - 2J^2)} \right). \quad (3.4.18)$$

$$\cdot \frac{F^C(Y(K + L) - D(2J + \alpha)) + F^S(H(K + L) - J(2J + \alpha))}{Y(K + L) - D(2J + \alpha) - 4(YJ - HD)} +$$

$$+ \frac{d \cdot F^C(L + K)}{h(H(L + K) - 2J^2)}, (\text{при } p_0 > 0).$$

Пример

Рассмотрим пример сравнительного расчета предварительно напряженной трубобетонной стойки и бетонной стойки в стальной обойме для разных размеров сечения. Принимаем высоту стоек $h=3$ м, выступ для предварительно напряженной стойки $d=5$ мм., деформационно-прочностные характеристики материалов принимаем согласно [65, 67] для бетона класса В35 и стали С245. Результаты представлены в Таблице 3.4.1, где $P_{об}$ и $P_{пр.напр}$ – величины предельных (по условию (3.4.14)) сил на бетонную стойку в стальной обойме и предварительно напряженную трубобетонную стойку соответственно.

Таблица 3.4.1 – Примеры расчета бетонной стойки в стальной обойме и предварительно напряженной трубобетонной стойки

Диаметр внешний трубы D, мм.	Толщина стенки трубы t, мм	$P_{об}$, МН	P_d , МН	$P_{пр.напр}$, МН	$P_{пр.напр}$ / $P_{об}$
530	9	6,05	3,95	6,74	1,11
	10	6,22	3,93	7,03	1,13
	12	6,57	3,89	7,64	1,16
630	10	8,39	5,60	9,27	1,10
	12	8,82	5,55	9,98	1,13
	16	9,64	5,45	11,42	1,18

Диаметр внешний трубы D , мм.	Толщина стенки трубы t , мм	$P_{об}$, МН	P_d , МН	$P_{пр.напр}$, МН	$P_{пр.напр}$ / $P_{об}$
720	10	10,61	7,35	11,54	1,09
	12	11,11	7,30	12,34	1,11
	16	12,06	7,18	13,97	1,16

Проанализируем работу предварительно напряженной трубобетонной стойки, построив графики величин для стойки с параметрами из второй строки таблицы 3.1.1. ($R_{вн}=0,255\text{м.}$, $R_n=0,265\text{м.}$). Построим график зависимости величины предельной сжимающей силы предварительно напряженной трубобетонной стойки от величины начального выступа бетонного ядра по зависимости (3.4.18) (Рисунок 3.4.4):

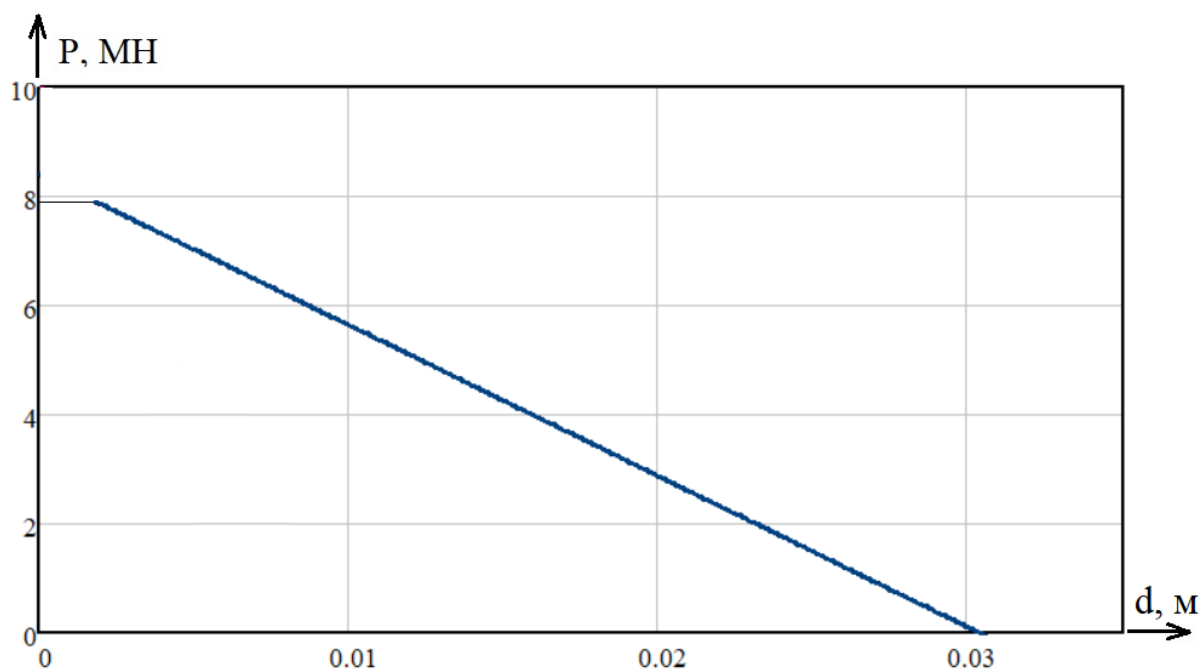


Рисунок 3.4.4 – Зависимость величины сжимающей силы P от величины начального выступа бетонного ядра d

Из анализа графика (Рисунок 3.4.4) следует, что меньшей величине d соответствует большее значение несущей силы P , при действии которой в бетонном ядре возникают предельные максимальные напряжения. Данный факт объясняется тем,

что при меньшей величине d , стальная труба «быстрее» включается в работу в продольном направлении и воспринимает большую часть величины P . В связи с этим, наименьшая возможная величина d ограничивается предельным состоянием, при котором продольные напряжения в стальной трубе равны расчетному сопротивлению стали. Назначаем размер выступа бетонного ядра предварительно напряженной трубобетонной стойки $d=0,005$ м., при этом величина предельной силы $P=7,03$ МН, а осевые напряжения в трубе (определяемые по (2.4.9) и (3.4.11)) $\sigma_{zz}^S = 115,2$ МПа.

Для анализа напряженно-деформированного состояния конструкций построим графики определяющих величин (Рисунки 3.4.2 – 3.4.3).

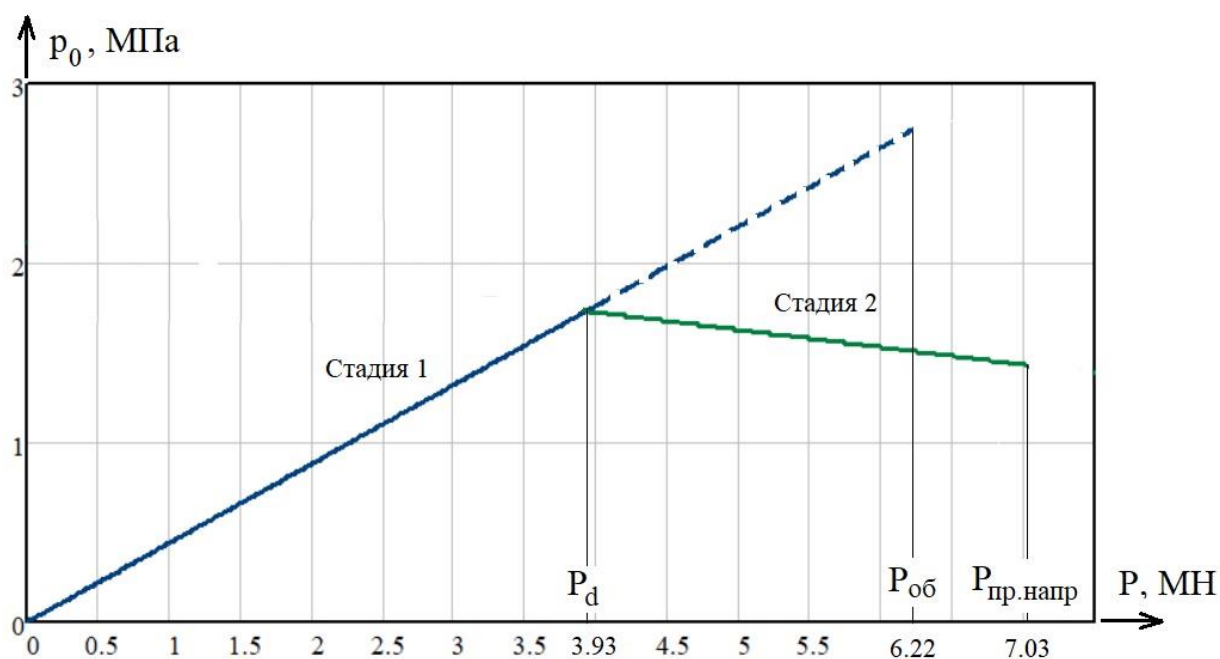


Рисунок 3.4.2 – Зависимость величины давления обжатия бетона p_0 от величины осевой сжимающей силы P

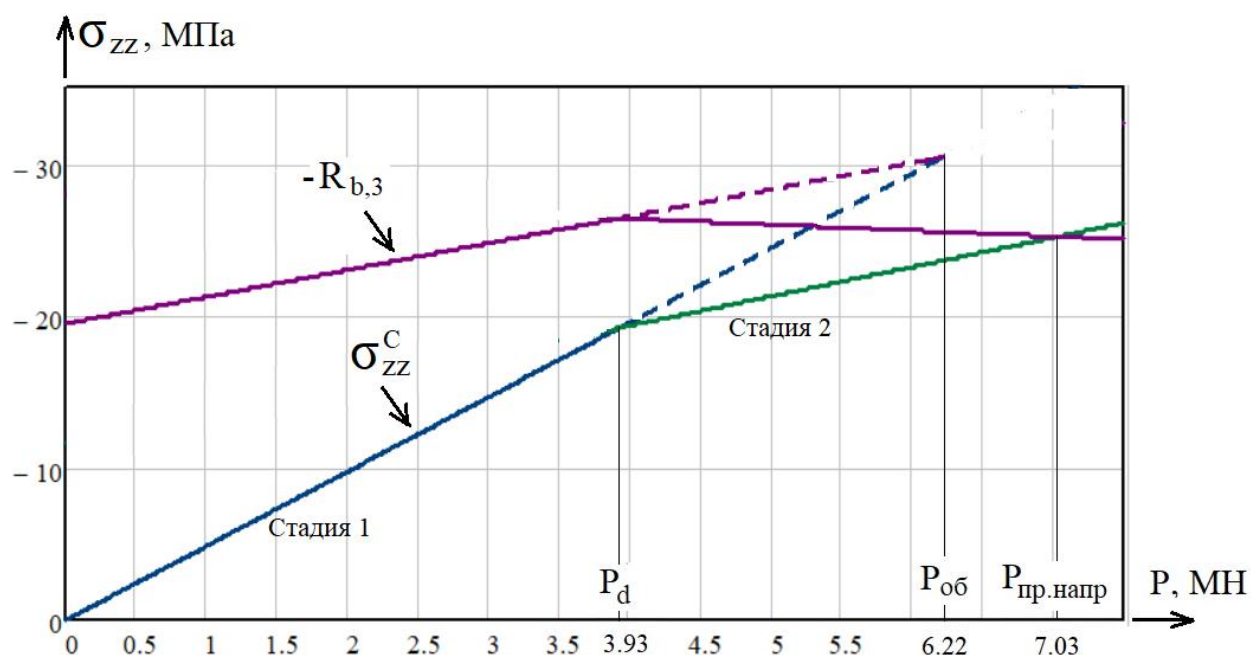


Рисунок 3.4.3 – Зависимость величин осевых напряжений σ_{zz}^C в бетонном ядре и расчетного сопротивления обжатого бетона на сжатие $R_{b,3}$ от величины осевой сжимающей силы P .

На Рисунке 3.4.2 $P_{об}$ и $P_{пр.напр}$ – величины предельных (по условию (3.4.14)) сил на бетонную стойку в стальной обойме и предварительно напряженную трубобетонную стойку соответственно. Из анализа (Рисунок 3.4.2) видно, что величина давления обжатия бетона трубой p_0 возрастает при работе стойки на стадии нагружения 1 и падает при переходе на стадию нагружения 2. Падение давления связано с тем, что при загрузке трубы в продольном направлении на стадии 2 стальная труба претерпевает приращения поперечных перемещений от действия продольной нагрузки, превышающее приращения перемещений бетона. Предельным состоянием считается либо зануление давления обжатия бетона трубой, либо достижение напряжений в стали и/или бетоне величины расчетного сопротивления. Растяжение бетона трубой в радиальном направлении и ее отрыв не допускаются. В большинстве расчетных случаев падение давления обжатия не превышает 5-7% и бетон продолжает находиться в состоянии всестороннего сжатия на стадии 2 работы стойки. Давление обжатия совпадает по абсолютной величине с давлением воздействия бетонного ядра на трубу (Рисунок 3.4.1). Его

относительно высокая величина исключает местную потерю устойчивости стальной трубы. Потеря местной устойчивости является одной из болезненных проблем традиционных трубобетонных стоек [8; 29; 35; 76]

При падении давления обжатия p_0 расчетное сопротивление бетона при трехосном сжатии $R_{b,3}$ уменьшается согласно (3.4.15). Предельная величина осевой сжимающей силы P соответствует равенству $\sigma_{zz}^C = R_{b,3}$ (рис 3.4.3). Так, несущая способность предварительно напряженной стойки оказывается выше несущей способности бетонной стойки в стальной обойме на 9-18% в зависимости от параметров стоек. Увеличение несущей способности обусловлено тем, что стальная труба предварительно напряженной стойки воспринимает часть продольной нагрузки при работе на стадии 2, что становится возможным лишь при наличии предварительного обжатия бетона трубой. Данное качество делает предварительно напряженную трубобетонную стойку более предпочтительной конструкцией в сравнении с бетонной стойкой в стальной обойме.

Выводы к главе 3

1. Предложены конструкции бетонной стойки в стальной обойме, бетонной стойки в стальной обойме с внутренней несущей трубой, бетонной стойки в композитной обойме, для которых характерно приложение нагрузки только на бетонное ядро и использование внешней трубы в качестве обоймы.

2. Предложены зависимости, описывающие пространственное напряженно-деформированное состояние материала композитной обоймы трубобетонной стойки.

3. Получены формулы, позволяющие провести пространственный расчет бетонной стойки в стальной обойме, бетонной стойки в композитной обойме, предварительно напряженной трубобетонной стойки с учетом характеристик материалов, размеров поперечного сечения бетонного ядра и толщиной стенки трубы.

4. В случае приложения нагрузки только на бетонное ядро стойки и использования трубы в качестве обоймы действуют силы обжатия со стороны трубы на бетон, что, как показывают опыты исследователей, оказывает положительное влияние на повышение прочности бетонного ядра.

5. При работе бетонной стойки в стальной обойме с внутренней несущей трубой тангенциальные напряжения в бетонном ядре на контакте с внутренней трубой являются либо растягивающими, либо оказываются меньше радиальных напряжений в зависимости от параметров стойки. Напряженное состояние бетона рассматриваемой конструкции менее благоприятное в сравнении с бетонной стойкой в стальной обойме. Бетонная стойка в стальной обойме с внутренней несущей трубой является менее перспективной конструкцией, чем бетонная стойка в стальной обойме.

6. При расчете бетонной стойки в композитной обойме установлено, что, при равных несущих способностях, масса базальтопластиковой оболочки значительно превышает массу стальной. Конструкция бетонной стойки в композитной обойме перспективна, но для применения композитных оболочек необходима разработка иных конструкций этих оболочек с использованием других армирующих материалов.

7. Предложена конструкция предварительно напряженной трубобетонной стойки, сочетающей преимущества работы бетонной стойки в стальной обойме и традиционной трубобетонной стойки.

8. Несущая способность предварительно напряженной стойки оказывается выше несущей способности бетонной стойки в стальной обойме на 9-18% в зависимости от параметров стойки. Данное качество делает предварительно напряженную трубобетонную стойку более предпочтительной конструкцией в сравнении с бетонной стойкой в стальной обойме.

ГЛАВА 4. ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РАСЧЕТ ТРУБОБЕТОННЫХ СТОЕК С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА

4.1 Моделирование напряженно-деформированного состояния бетона трубобетонной стойки с учетом нелинейности деформирования

Моделирование напряженно-деформированного состояния бетона в общем случае является сложной и нерешенной задачей, что связано с присущей бетону нелинейностью деформирования. К тому же в составе трубобетонных конструкций для бетона характерно сложное пространственное напряженно-деформированное состояние, вследствие взаимодействия со стальной оболочкой.

Для описания кривой одноосного сжатия бетона СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» рекомендует использовать зависимости проф. Н.И.Карпенко (Рисунок 4.1.1,а). Однако с целью упрощения расчетов, вместо криволинейной диаграммы одноосного напряженно-деформированного состояния, в СП 63.13330.2018 предлагается использовать двухлинейную диаграмму (Рисунок 4.1.1,б), построение которой не требует построения криволинейной диаграммы Карпенко Н.И. Другим вариантом двухлинейной диаграммы одноосного сжатия бетона является аппроксимированная диаграмма кривой Карпенко Н.И. (Рисунок 4.1.1,в), с изломом в точке с напряжениями, соответствующими излому двухлинейной диаграммы по СП 63.13330.2018.

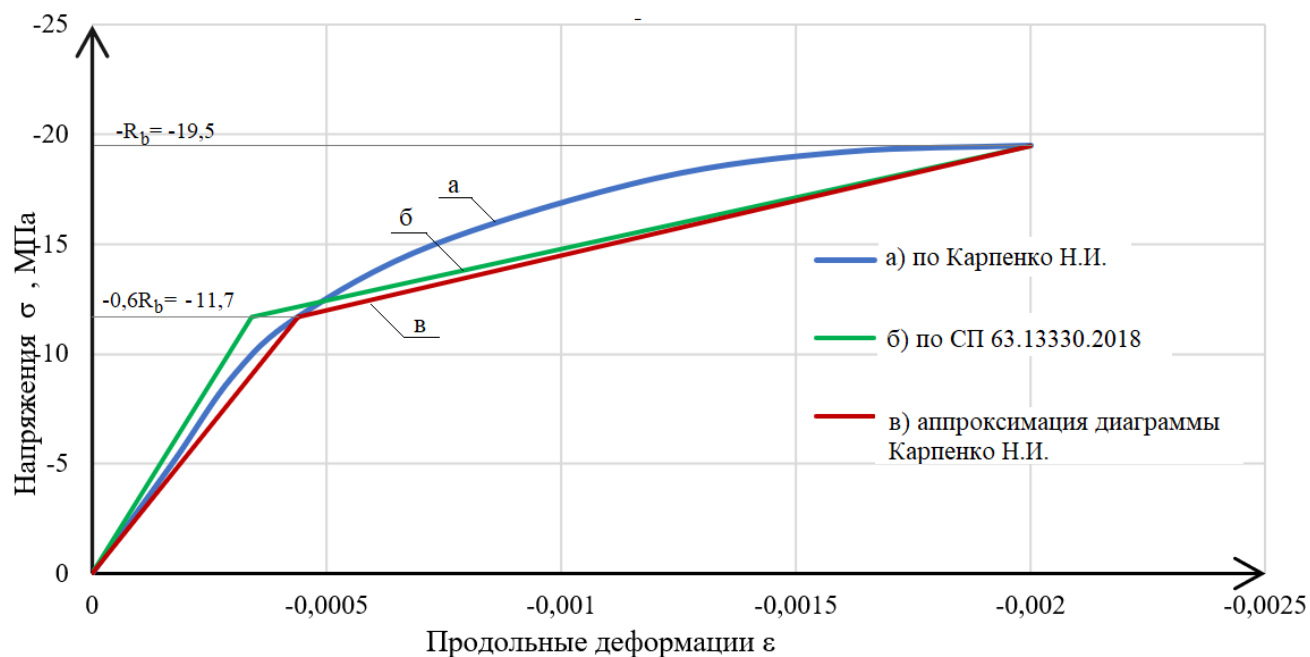


Рисунок 4.1.1 – Расчетные диаграммы деформирования бетона В35 при одноосном сжатии (R_b – расчетное сопротивление бетона одноосному осевому сжатию)

Согласно нормативной документации СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» нелинейность деформирования бетона возможно учесть, используя двухлинейную диаграмму для одноосного напряженно-деформированного состояния (Рисунок 4.1.2а). Какие-либо рекомендации по описанию пространственного напряженно-деформированного состояния бетона в СП отсутствуют. Согласно этой диаграмме (Рисунок 4.1.2а) касательный модуль деформации является кусочно-постоянной функцией, что отражено на Рисунке 4.1.2в.

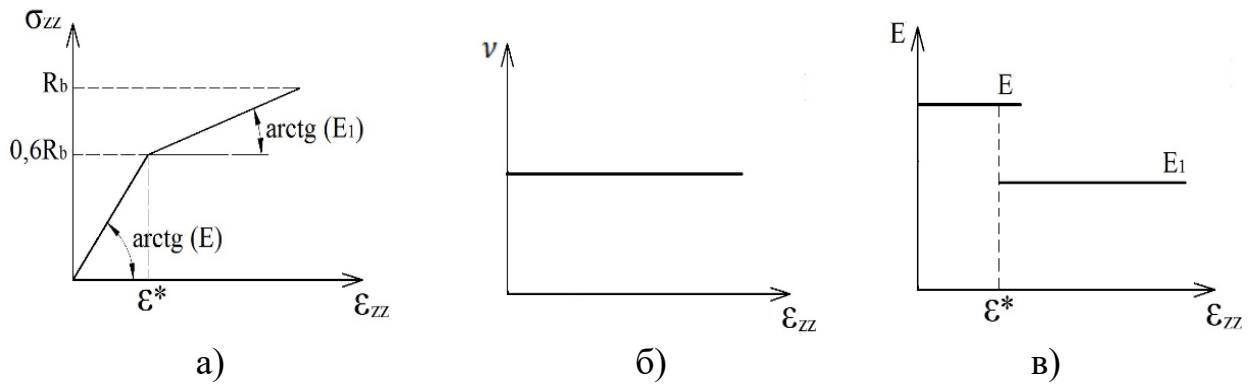


Рисунок 4.1.2 – а) диаграмма деформирования бетона при одноосном сжатии (напряжения и деформации используются без учета знака, R_b – расчетное сопротивление бетона одноосному осевому сжатию); б;в) зависимости коэффициента Пуассона бетона и касательных модулей деформации от деформаций

Кроме того, с целью упрощения считаем, что коэффициент Пуассона ν является постоянной величиной (Рисунок 4.1.2б). В общем случае значение коэффициента Пуассона ν является переменным, что может быть учтено с помощью предложенного подхода.

Нелинейное поведение бетона может быть описано не единственным образом с помощью различных моделей. В настоящей работе для моделирования трехосного нелинейного поведения бетона используется модель гипопругого тела К.Трусделла [98; 99]. Характерной особенностью этой модели является то, что все механические характеристики являются касательными характеристиками, в отличие от других моделей, где механические характеристики являются секущими. (илиюшин пластичность).

В соответствии с моделью гипопругого тела для скоростей напряжений и скоростей деформации приняты следующие соотношения:

$$\dot{\sigma}_{\alpha\beta} = \lambda(S_2^D, \theta)\dot{\theta}\delta_{\alpha\beta} + 2\mu(S_2^D)\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}, \quad (4.1.1)$$

где λ, μ – касательные модули Ламе, $\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера, $\varepsilon_{\alpha\beta}$ – тензор деформаций, $\theta = \varepsilon_{\alpha\alpha}$ – первый инвариант тензора деформаций (объемная

деформация), S_2^D – второй инвариант тензора девиатора напряжений, для него справедлива формула при осесимметричном напряженном состоянии

$$S_2^D = \frac{1}{3} [(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta})^2]. \quad (4.1.2)$$

Между касательными модулями (Рисунок 4.1.2б,в) и модулем объемного расширения k , касательными модулями Ламе μ и λ (Рисунок 4.1.3), справедливы соотношения:

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, k = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \lambda = k - \frac{2}{3}\mu. \quad (4.1.3)$$

При одноосном осесимметричном напряженном состоянии справедливы равенства:

$$\theta = (1 - 2\nu)\varepsilon_{zz}, \quad S_2^D = \frac{2}{3}\sigma_{zz}^2.$$

И в точке излома диаграммы одноосного сжатия (Рисунок 4.1.2а) эти инварианты принимают значения:

$$\theta^* = (1 - 2\nu)\varepsilon_{zz}^*, \quad S_2^{D*} = \frac{2}{3}(0.6R_b)^2. \quad (4.1.4)$$

Именно в этих точках терпят разрыв величины $k(\theta)$ и $\mu(S_2^D)$ на Рисунке 4.1.3, в связи с чем $\lambda(k; \mu)$ терпит два разрыва. Причем положение точек разрыва определяется положениями точек разрыва диаграмм на Рисунке 4.1.3а,б и параметрами стойки.

Уравнение (4.1.1) при постоянных касательных модулях Ламе может быть проинтегрировано по времени, тогда получаем уравнение на приращения напряжений и деформаций:

$$\Delta\sigma_{\alpha\beta} = \lambda\Delta\theta\delta_{\alpha\beta} + 2\mu\Delta\varepsilon_{\alpha\beta} \quad (4.1.4)$$

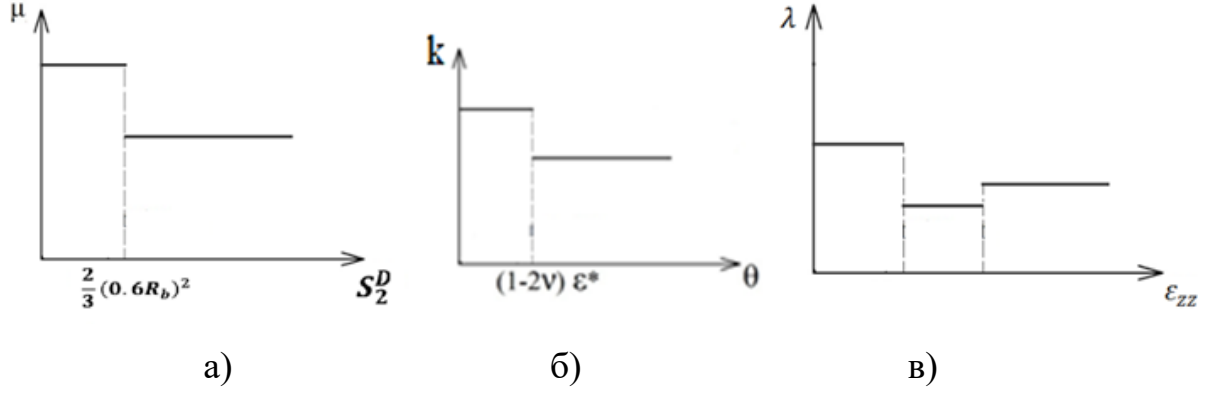


Рисунок 4.1.3 – Диаграммы деформирования бетона при трехосном сжатии в составе трубобетонной стойки

В дальнейшем для обозначения физических величин, относящихся к стальной трубе, будем использовать верхний индекс «S» (steel), к бетону – верхний индекс «C» (concrete).

Согласно Рисунку 4.1.3 весь процесс деформирования бетона разбивается на три этапа ($i=0,1,2$, где i – порядковый номер этапа деформирования). Тогда значения напряжений и перемещений бетонного ядра могут быть выражены через приращения:

$$\sigma_{rr}^C = \sigma_{rr_i*}^C + \Delta\sigma_{rr_i}^C, \quad \sigma_{\theta\theta}^C = \sigma_{\theta\theta_i*}^C + \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^C, \quad \sigma_{zz}^C = \sigma_{zz_i*}^C + \Delta\sigma_{zz_i}^C, \quad (4.1.5)$$

$$\varepsilon_{rr}^C = \varepsilon_{rr_i*}^C + \Delta\varepsilon_{rr_i}^C, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^C = \varepsilon_{\theta\theta_i*}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C, \quad \varepsilon_{zz}^C = \varepsilon_{zz_i*}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C, \quad (4.1.6)$$

где $\sigma_{\alpha\alpha_i*}^C, \varepsilon_{\alpha\alpha_i*}^C$ – значения напряжений и деформаций в бетоне в момент начала этапа с номером i (очевидно, что $\sigma_{\alpha\alpha_0*}^C = \varepsilon_{\alpha\alpha_0*}^C = 0$); $\Delta\sigma_{\alpha\alpha_i}^C, \Delta\varepsilon_{\alpha\alpha_i}^C$ – приращения напряжений и деформаций на этапе с номером i ; ($\alpha \in \{r, \theta, z\}$).

На различных этапах деформирования бетона справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} i = 0: \theta &\leq \theta^*, S_2^D \leq S_2^{D*}, \mu_0^C = \frac{E^C}{2(1+\nu^C)}, k_0 = \frac{E^C}{3(1-2\nu^C)}, \lambda_0^C = \frac{E^C\nu^C}{(1-2\nu^C)(1+\nu^C)}; \\ i = 1: \theta &> \theta^*, S_2^D \leq S_2^{D*}, \mu_1^C = \frac{E^C}{2(1+\nu^C)}, k_1 = \frac{E_1^C}{3(1-2\nu^C)}; \lambda_1^C = \frac{(E_1^C - E^C) + \nu^C(E_1^C + 2E^C)}{3(1-2\nu^C)(1+\nu^C)}; \\ i = 2: \theta &> \theta^*, S_2^D > S_2^{D*}, \mu_2^C = \frac{E_1^C}{2(1+\nu^C)}, k_1 = \frac{E_1^C}{3(1-2\nu^C)}; \lambda_2^C = \frac{E_1^C\nu^C}{(1-2\nu^C)(1+\nu^C)}. \end{aligned}$$

Равенство (4.1.4) для напряжений на каждом из этапов деформирования принимает вид:

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{rr_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C); \\ \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C); \\ \Delta\sigma_{zz_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{zz_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C). \end{cases} \quad (4.1.7)$$

Учет нелинейности деформирования бетона предложенным подходом будем далее использовать для решения задач о бетонной стойке в стальной обойме и предварительно напряженной трубобетонной стойки. Деформирование предварительно напряженной трубобетонной стойки при работе в стадии нагружения 1 начинается с нулевого этапа деформирования бетона $i = 0$. Переходы на первый $i = 1$, а далее второй $i = 2$ этапы деформирования бетона в общем случае могут происходить на любой стадии работы предварительно напряженной стойки, в зависимости от параметров конструкции. Однако в большинстве случаев смена всех этапов деформирования происходит уже на стадии нагружения 1, когда стойка работает как бетонная стойка в стальной обойме, поэтому дальнейшие расчеты представлены для такого случая и справедливы при расчетах и бетонной стойки в стальной обойме и предварительно напряженной трубобетонной стойки.

Используя решение задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме (параграф 3.1.) определим P_{i*} - значения внешней сжимающей силы, при которой в бетоне начинается этап деформирования с номером i .

Определим P_{1*} (при $\theta = \theta^*$). По определению $\theta = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}$. Из решения задачи о бетонной стойке в стальной обойме (параграф 3.1)

$\varepsilon_{rr}^C = \frac{dU^C}{dr}$, $\varepsilon_{\theta\theta}^C = \frac{U^C}{r}$. Используя формулу радиального перемещения U^C (3.1.7), получаем, что $\varepsilon_{rr}^C = \varepsilon_{\theta\theta}^C$. Тогда при загрузении бетонной стойки в стальной обойме

$$\theta = \varepsilon_{zz}^C + 2\varepsilon_{rr}^C.$$

Согласно Рисунку 4.1.2а $\varepsilon_{zz}^* = -\frac{0,6R_b}{EC}$ (знак минус, учитывает то, что σ_{zz}^C является отрицательной величиной при центральном сжатии). При $\theta = \theta^*$ получаем:

$$\varepsilon_{zz}^C + 2\varepsilon_{rr}^C = -(1 - 2\nu^C) \frac{0,6R_b}{EC}. \quad (4.1.8)$$

Из решения задачи о бетонной стойке в стальной обойме (параграф 3.1)

$\varepsilon_{rr}^C = \frac{dU^C}{dr}$, $\varepsilon_{zz}^C = \frac{dW^C}{dz}$. Тогда, используя равенства для перемещений (3.1.7) и (3.1.8), с учетом введенных выше обозначений, определяем деформации:

$$\varepsilon_{rr}^C = \frac{-p_0(\mu_0^C(3\lambda_0^C + 2\mu_0^C) + (\lambda_0^C)^2) + p^C(\lambda_0^C + \mu_0^C)\lambda_0^C}{2\mu_0^C(3\lambda_0^C + 2\mu_0^C)(\lambda_0^C + \mu_0^C)}, \quad (4.1.9)$$

$$\varepsilon_{zz}^C = \frac{p_0 \cdot \lambda_0^C - p^C(\lambda_0^C + \mu_0^C)}{\mu_0^C(3\lambda_0^C + 2\mu_0^C)}. \quad (4.1.10)$$

Подставляем (4.1.9) и (4.1.10) в (4.1.8):

$$\begin{aligned} \frac{p_0 \cdot \lambda_0^C - p^C(\lambda_0^C + \mu_0^C)}{\mu_0^C(3\lambda_0^C + 2\mu_0^C)} + 2 \frac{-p_0(\mu_0^C(3\lambda_0^C + 2\mu_0^C) + (\lambda_0^C)^2) + p^C(\lambda_0^C + \mu_0^C)\lambda_0^C}{2\mu_0^C(3\lambda_0^C + 2\mu_0^C)(\lambda_0^C + \mu_0^C)} = \\ = -(1 - 2\nu^C) \frac{0,6R_b}{E^C}. \end{aligned}$$

Упрощая левую часть выше приведенного равенства, получаем:

$$\frac{2p_0 + p^C}{3\lambda_0^C + 2\mu_0^C} = (1 - 2\nu^C) \frac{0,6R_b}{E^C}. \quad (4.1.11)$$

Используя равенства (4.1.3), получаем $3\lambda_0^C + 2\mu_0^C = \frac{E^C}{1-2\nu^C}$, тогда (4.1.11) упрощается и имеет вид:

$$2p_0 + p^C = 0,6R_b. \quad (4.1.12)$$

Подставляем (3.1.16) и (3.1.17) в (4.1.12), заменяя P на P_{1*} , получаем:

$$2 \frac{P_{1*}}{F^C} \frac{J_0}{L_0 + K} + \frac{P_{1*}}{F^C} = 0,6R_b,$$

откуда определяем величину силы P_{1*} , при которой происходит переход с нулевого этапа деформирования бетона на первый этап деформирования:

$$P_{1*} = \frac{0,6R_b \cdot F^C (L_0 + K)}{L_0 + K + 2J_0}, \quad (4.1.13)$$

где $K = \frac{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S) + (\lambda^S)^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{R_{\text{вн}}^2}{R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2} + \frac{R_{\text{н}}^2}{2\mu^S(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)}$,

$$L_0 = \frac{\mu_0^C(3\lambda_0^C + 2\mu_0^C) + (\lambda_0^C)^2}{2\mu_0^C(3\lambda_0^C + 2\mu_0^C)(\lambda_0^C + \mu_0^C)}, J_0 = \frac{\lambda_0^C}{2\mu_0^C(3\lambda_0^C + 2\mu_0^C)}.$$

Определим P_{2*} (при $S_2^D = S_2^{D*}$) через приращение от величины P_{1*} .

$$P_{2*} = P_{1*} + \Delta P. \quad (4.1.14)$$

Согласно (3.1.4) $\sigma_{rr}^C = \sigma_{\theta\theta}^C$. Тогда для бетонной стойки в стальной обойме формула (4.1.2) принимает вид:

$$S_2^D = \frac{2}{3} [(\sigma_{rr}^C - \sigma_{zz}^C)^2].$$

При $S_2^D = S_2^{D*}$ получаем:

$$\frac{2}{3} [(\sigma_{rr}^C - \sigma_{zz}^C)^2] = \frac{2}{3} (0.6R_b)^2. \quad (4.1.15)$$

Согласно (3.1.4), (3.1.16), (3.1.17), (4.1.5), (4.1.14) с учетом введенных выше обозначений, определяем напряжения в бетоне от действия силы P_{2*} :

$$\sigma_{rr}^C = -\frac{P_{1*}}{F^C} \frac{J_0}{L_0 + K} - \frac{\Delta P}{F^C} \frac{J_1}{L_1 + K}, \quad \sigma_{zz}^C = -\frac{P_{1*}}{F^C} - \frac{\Delta P}{F^C}. \quad (4.1.16)$$

Подставляем (4.1.13), (4.1.16) в (4.1.15) и выражаем величину приращения силы между 1-м и 2-м этапами деформирования:

$$\Delta P = \frac{1,8R_b \cdot F^C (L_1 + K) \cdot J_0}{(L_1 + K - J_1)(L_0 + K + 2J_0)}, \quad (4.1.17)$$

Подставляя (4.1.17) в (4.1.14), определяем величину силы P_{2*} , при которой происходит переход с первого этапа деформирования бетона на второй этап:

$$P_{2*} = P_{1*} + \frac{1,8R_b \cdot F^C (L_1 + K) \cdot J_0}{(L_1 + K - J_1)(L_0 + K + 2J_0)}, \quad (4.1.18)$$

$$\text{где } L_1 = \frac{\mu_1^C (3\lambda_1^C + 2\mu_1^C) + (\lambda_1^C)^2}{2\mu_1^C (3\lambda_1^C + 2\mu_1^C)(\lambda_1^C + \mu_1^C)}, J_1 = \frac{\lambda_1^C}{2\mu_1^C (3\lambda_1^C + 2\mu_1^C)}.$$

4.2 Задача о сжатии бетонного цилиндра с учетом нелинейности деформирования

Рассматриваемая задача и задача из параграфа 2.3 подобны друг другу, однако в рассматриваемой задаче будем учитывать нелинейность деформирования бетона согласно параграфу 4.1. Общий вид цилиндра (Рисунок 2.3.1), особенности его загрузки описаны в параграфе 2.3.

Задача о сжатии цилиндра также является осесимметричной и рассматривается в цилиндрической системе координат, поэтому для нее

принимаются все предположения, описанные в параграфе 2.1., в частности в рассматриваемой задаче справедливы уравнения равновесия (2.1.8)

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^C}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^C - \sigma_{\theta\theta}^C}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^C}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (4.2.1)$$

В постановке рассматриваемой задачи справедливы уравнения состояния бетона (4.1.5) и (4.1.7) с учетом нелинейности деформирования

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^C &= \sigma_{rr_{i*}}^C + \Delta\sigma_{rr_{i*}}^C, \quad \sigma_{\theta\theta}^C = \sigma_{\theta\theta_{i*}}^C + \Delta\sigma_{\theta\theta_{i*}}^C, \quad \sigma_{zz}^C = \sigma_{zz_{i*}}^C + \Delta\sigma_{zz_{i*}}^C, \quad (4.2.2) \\ \begin{cases} \Delta\sigma_{rr_{i*}}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{rr_{i*}}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{\theta\theta_{i*}}^C + \Delta\varepsilon_{zz_{i*}}^C); \\ \Delta\sigma_{\theta\theta_{i*}}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{\theta\theta_{i*}}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_{i*}}^C + \Delta\varepsilon_{zz_{i*}}^C); \\ \Delta\sigma_{zz_{i*}}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{zz_{i*}}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_{i*}}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_{i*}}^C), \end{cases} \quad (4.2.3) \end{aligned}$$

а также равенства для деформаций (4.1.6)

$$\varepsilon_{rr}^C = \varepsilon_{rr_{i*}}^C + \Delta\varepsilon_{rr_{i*}}^C, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^C = \varepsilon_{\theta\theta_{i*}}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_{i*}}^C, \quad \varepsilon_{zz}^C = \varepsilon_{zz_{i*}}^C + \Delta\varepsilon_{zz_{i*}}^C, \quad (4.2.4)$$

где $\sigma_{\alpha\alpha_{i*}}^C, \varepsilon_{\alpha\alpha_{i*}}^C$ – значения напряжений и деформаций в бетоне в момент начала этапа с номером i (очевидно, что $\sigma_{\alpha\alpha_{0*}}^C = \varepsilon_{\alpha\alpha_{0*}}^C = 0$); $\Delta\sigma_{\alpha\alpha_{i*}}^C, \Delta\varepsilon_{\alpha\alpha_{i*}}^C$ – приращения напряжений и деформаций на этапе с номером i ; ($\alpha \in \{r, \theta, z\}$).

Приращения деформаций определяются аналогично (2.3.2), но через приращения перемещений:

$$\Delta\varepsilon_{rr_{i*}}^C = \frac{d\Delta U_i^C}{dr}, \quad \Delta\varepsilon_{\theta\theta_{i*}}^C = \frac{\Delta U_i^C}{r}, \quad \Delta\varepsilon_{zz_{i*}}^C = \frac{d\Delta W_i^C}{dz}. \quad (4.2.5)$$

Согласно (2.1.5) и (2.1.6) $\varepsilon_{rz}^C = \varepsilon_{r\theta}^C = \varepsilon_{\theta z}^C = 0, \sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = 0$.

Зададим условие опирания на нижнем торце цилиндра и ограничим осевые перемещения. Цилиндр находится под действием осевой сжимающей силы P^C , однако характер распределения напряжений не известен. Радиальные напряжения на наружной поверхности цилиндра равны значению давления p_H с обратным знаком (Рисунок 2.3.1). Тогда справедливы краевые условия:

-условия на торцах:

$$\text{при } z = 0: W^C = 0; \quad (4.2.6a)$$

$$\text{при } z = h: \int_F \sigma_{zz}^C dF = -P^C; \quad (4.2.6b)$$

-условие на наружной поверхности цилиндра:

$$\text{при } r = R_n: \sigma_{rr}^C = -p_n; \quad (4.2.6c)$$

$$\sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = 0. \quad (4.2.6d)$$

Равенства (4.2.6d) выполняются автоматически в силу равенств (2.1.6).

Задача (4.2.1)-(4.2.6) является краевой задачей с двумя неизвестными функциями ΔU_i^C и ΔW_i^C . Для ее решения подставим равенства приращений деформаций (4.2.5) в уравнения состояния (4.2.3):

$$\begin{cases} \Delta \sigma_{rr_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C) \frac{d\Delta U_i^C}{dr} + \lambda_i^C \left(\frac{\Delta U_i^C}{r} + \frac{d\Delta W_i^C}{dz} \right); \\ \Delta \sigma_{\theta\theta_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C) \frac{\Delta U_i^C}{r} + \lambda_i^C \left(\frac{d\Delta U_i^C}{dr} + \frac{d\Delta W_i^C}{dz} \right); \\ \Delta \sigma_{zz_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C) \frac{d\Delta W_i^C}{dz} + \lambda_i^C \left(\frac{d\Delta U_i^C}{dr} + \frac{\Delta U_i^C}{r} \right). \end{cases} \quad (4.2.7)$$

В результате подстановки уравнений радиальных σ_{rr}^C и тангенциальных $\sigma_{\theta\theta}^C$ напряжений (4.2.2) с учетом (4.2.7) в первое уравнение равновесия (4.2.1) получаем:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \Delta U_i^C}{dr^2} (\lambda_i^C + 2\mu_i^C) + \frac{d\Delta U_i^C}{dr} \cdot \frac{1}{r} \lambda_i^C - \Delta U_i^C \frac{1}{r^2} \lambda_i^C + \\ & + \frac{1}{r} \left((\lambda_i^C + 2\mu_i^C) \left(\frac{d\Delta U_i^C}{dr} - \frac{\Delta U_i^C}{r} \right) + \lambda_i^C \left(\frac{\Delta U_i^C}{r} - \frac{d\Delta U_i^C}{dr} \right) \right) + \frac{\sigma_{rr_i*}^C - \sigma_{\theta\theta_i*}^C}{r} = 0. \\ & \frac{d^2 \Delta U_i^C}{dr^2} + \frac{d\Delta U_i^C}{dr} \cdot \frac{1}{r} - \Delta U_i^C \frac{1}{r^2} = \frac{1}{r} \cdot V_i^C, \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

$$\text{где } V_i^C = \frac{\sigma_{\theta\theta_i*}^C - \sigma_{rr_i*}^C}{\lambda_i^C + 2\mu_i^C}.$$

Преобразуем полученное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами (4.2.8) в уравнение с постоянными коэффициентами, используя замену:

$$\begin{aligned} r = e^t, \quad t = \ln r, \quad \frac{d\Delta U_i^C}{dr} &= \frac{d\Delta U_i^C}{dt} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{d\Delta U_i^C}{dt} \cdot \frac{1}{r}, \\ \frac{d^2 \Delta U_i^C}{dr^2} &= \frac{d^2 \Delta U_i^C}{dt dr} \cdot \frac{1}{r} - \frac{d\Delta U_i^C}{dt} \cdot \frac{1}{r^2}, \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

$$\frac{d^2 \Delta U_i^C}{dt dr} = \frac{d^2 \Delta U_i^C}{dt^2} \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{d^2 \Delta U_i^C}{dt^2} \cdot \frac{1}{r}, \quad \frac{d^2 \Delta U_i^C}{dr^2} = \frac{d^2 \Delta U_i^C}{dt^2} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{d \Delta U_i^C}{dt} \cdot \frac{1}{r^2}.$$

Полученные равенства (4.2.9) подставим в уравнение (4.2.8):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Delta U_i^C}{dt^2} \cdot \frac{1}{r^2} - \Delta U_i^C \frac{1}{r^2} &= \frac{1}{r} \cdot V_i^C, \\ \frac{d^2 \Delta U_i^C}{dt^2} - \Delta U_i^C &= e^t \cdot V_i^C. \end{aligned} \quad (4.2.10)$$

Уравнение (4.2.10) является неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение данного уравнения имеет вид:

$$\Delta U_i^C = C_1^C r + C_2^C \frac{1}{r} + C_3^C r \ln r,$$

где $C_2^C = C_3^C = 0$, так как перемещения во всех точках сечения имеют конечное значение, C_1^C – неизвестная константа интегрирования.

$$\Delta U_i^C = C_1^C r. \quad (4.2.11)$$

Используем второе уравнение равновесия (4.2.1). В результате подстановки равенства для осевых напряжений σ_{zz}^C (4.2.2) с учетом (4.2.7) в первое уравнение равновесия (4.2.1) получаем:

$$\frac{d^2 \Delta W_i^C}{dz^2} \cdot (\lambda_i^C + 2\mu_i^C) = 0. \quad (4.2.12)$$

Решение дифференциального уравнения второго порядка (4.2.12) имеет вид:

$$\Delta W_i^C = C_4^C z + C_5^C, \quad (4.2.13)$$

где C_4^C, C_5^C – неизвестные константы интегрирования.

Подставляя равенства приращений перемещений ΔU_i^C (4.2.11) и ΔW_i^C (4.2.13) в равенства приращений деформаций (4.2.5), преобразовываем систему уравнений (4.2.3):

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{rr_i}^C &= C_1^C, \quad \Delta \varepsilon_{\theta\theta_i}^C = C_1^C, \quad \Delta \varepsilon_{zz_i}^C = C_4^C \\ \begin{cases} \Delta \sigma_{rr_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C) C_1^C + \lambda_i^C (C_1^C + C_4^C); \\ \Delta \sigma_{\theta\theta_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C) C_1^C + \lambda_i^C (C_1^C + C_4^C); \\ \Delta \sigma_{zz_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C) C_4^C + \lambda_i^C \cdot 2C_1^C. \end{cases} \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

Из третьего равенства системы (2.3.13) приращения осевых напряжений $\Delta\sigma_{zz_i}^C$ являются величиной постоянной, а следовательно, согласно (4.2.2) и напряжения $\sigma_{zz_i}^C$ постоянны в каждой точке цилиндра. Обозначим величину этих напряжений с обратным знаком как давление в продольном направлении p^C при i -ом этапе деформирования бетона.

$$\sigma_{zz}^C = -p^C. \quad (4.2.15)$$

Для окончательного вывода равенств, позволяющих определить значения напряжений в цилиндре, необходимо определение констант интегрирования C_1^C , C_4^C . Подставляем первое уравнение напряжений системы (4.2.14) в (4.2.2) и далее в краевое условие на наружной поверхности цилиндра (4.2.6с), второе уравнение системы (4.2.14) также подставляем в (4.2.2) и учтем введенное обозначение (4.2.15):

$$\begin{cases} r = R_n: \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr_i*}^C + (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)C_1^C + \lambda_i^C(C_1^C + C_4^C) = -p_n; \\ \sigma_{zz}^C = \sigma_{zz_i*}^C + (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)C_4^C + \lambda_i^C(2C_1^C) = -p^C. \end{cases} \quad (4.2.16)$$

Величины давлений представим также в приращениях

$$p_n = \Delta p_{n_i} + p_{n_i*}, \quad p^C = \Delta p_i^C + p_{i*}^C, \quad (4.2.17)$$

где, p_{n_i*} , p_{i*}^C – давления при $\sigma_{rr_i}^C = \sigma_{rr_i*}^C$ и $\sigma_{zz_i}^C = \sigma_{zz_i*}^C$ соответственно, а значит, согласно (4.2.16):

$$p_{n_i*} = -\sigma_{rr_i*}^C, \quad p_{i*}^C = -\sigma_{zz_i*}^C. \quad (4.2.18)$$

В результате подстановки (4.2.17) и (4.2.18) в систему (4.2.16) получаем:

$$\begin{cases} (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)C_1^C + \lambda_i^C(C_1^C + C_4^C) = -\Delta p_{n_i}; \\ (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)C_4^C + \lambda_i^C(2C_1^C) = -\Delta p_i^C. \end{cases} \quad (4.2.19)$$

Решим систему линейных алгебраических уравнений (4.2.19) относительно неизвестных C_1^C , C_4^C :

$$C_1^C = \frac{-\Delta p_{n_i}(\mu_i^C(3\lambda_i^C + 2\mu_i^C) + (\lambda_i^C)^2) + \Delta p_i^C(\lambda_i^C + \mu_i^C)\lambda_i^C}{2\mu_i^C(3\lambda_i^C + 2\mu_i^C)(\lambda_i^C + \mu_i^C)}, \quad (4.2.20)$$

$$C_4^C = \frac{\Delta p_{n_i} \cdot \lambda_i^C - \Delta p_i^C(\lambda_i^C + \mu_i^C)}{\mu_i^C(3\lambda_i^C + 2\mu_i^C)}. \quad (4.2.21)$$

В результате подстановки определенных констант интегрирования C_1^C , C_4^C (4.2.20), (4.2.21) в уравнения приращений напряжений системы (4.2.14) получаем:

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{rr_i}^C = -\Delta p_{H_i}; \\ \Delta\sigma_{zz_i}^C = -\Delta p_i^C; \\ \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^C = -\Delta p_{H_i}. \end{cases} \quad (4.2.22)$$

Поставляем (4.2.22) в (4.2.2), учитывая (4.2.17) и (4.2.18) получаем уравнения для напряжений, возникающих в бетонном цилиндре от действия внешней нагрузки:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^C = -p_H; \\ \sigma_{zz}^C = -p^C; \\ \sigma_{\theta\theta}^C = -p_H. \end{cases} \quad (4.2.23)$$

4.3 Пространственный расчет бетонной стойки в стальной обойме с учетом нелинейности деформирования бетона

Общий вид (Рисунок 3.1.1) и особенности работы бетонной стойки в стальной обойме были описаны в параграфе 3.1. Рассматриваемая задача и задача из параграфа 2.3 подобны друг другу, однако в рассматриваемой задаче будем учитывать нелинейность деформирования бетона согласно параграфу 4.1.

В постановке рассматриваемой задачи справедливы уравнения состояния бетона (4.1.5) и (4.1.7) с учетом нелинейности деформирования

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^C &= \sigma_{rr_i*}^C + \Delta\sigma_{rr_i}^C, \quad \sigma_{\theta\theta}^C = \sigma_{\theta\theta_i*}^C + \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^C, \quad \sigma_{zz}^C = \sigma_{zz_i*}^C + \Delta\sigma_{zz_i}^C, \\ \begin{cases} \Delta\sigma_{rr_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C); \\ \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C); \\ \Delta\sigma_{zz_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{zz_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C), \end{cases} \end{aligned}$$

а также равенства для деформаций бетона (4.1.6)

$$\varepsilon_{rr}^C = \varepsilon_{rr_i*}^C + \Delta\varepsilon_{rr_i}^C, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^C = \varepsilon_{\theta\theta_i*}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C, \quad \varepsilon_{zz}^C = \varepsilon_{zz_i*}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C,$$

где $\sigma_{\alpha\alpha_i*}^C$, $\varepsilon_{\alpha\alpha_i*}^C$ – значения напряжений и деформаций в бетоне в момент начала этапа с номером i (очевидно, что $\sigma_{\alpha\alpha_0*}^C = \varepsilon_{\alpha\alpha_0*}^C = 0$); $\Delta\sigma_{\alpha\alpha_i}^C$, $\Delta\varepsilon_{\alpha\alpha_i}^C$ – приращения напряжений и деформаций на этапе с номером i ; ($\alpha \in \{r, \theta, z\}$).

Приращения деформаций определяются через приращения перемещений:

$$\Delta \varepsilon_{rr_i}^C = \frac{d\Delta U_i^C}{dr}, \quad \Delta \varepsilon_{\theta\theta_i}^C = \frac{\Delta U_i^C}{r}, \quad \Delta \varepsilon_{zz_i}^C = \frac{d\Delta W_i^C}{dz}.$$

Деформирование стали считаем линейным до достижения в ней величин напряжений равных расчетному сопротивлению, а значит справедливы уравнения напряженно-деформированного состояния стали:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{rr}^S + \lambda^S(\varepsilon_{\theta\theta}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{\theta\theta}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{\theta\theta}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{zz}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{zz}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{\theta\theta}^S), \end{cases}$$

$$\lambda^S = \frac{E^S \nu^S}{(1 - 2\nu^S)(1 + \nu^S)}, \quad \mu^S = \frac{E^S}{2(1 + \nu^S)},$$

а также равенства определения деформаций:

$$\varepsilon_{rr}^S = \frac{dU^S}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^S = \frac{U^S}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^S = \frac{dW^S}{dz}.$$

Уравнения равновесия в случае осесимметричной задачи

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^S}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^S - \sigma_{\theta\theta}^S}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^S}{\partial z} = 0, \end{cases}, \quad \begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^C}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^C - \sigma_{\theta\theta}^C}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^C}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

также справедливы в постановке рассматриваемой задачи.

Стойка находится под действием осевой сосредоточенной силы P , однако характер распределения осевых напряжений в бетонном ядре не известен. Задачу будем рассматривать в постановке Сен-Венана, в соответствии с принципом которого ставится интегральное краевое условие на торце:

$$\text{при } z = h: \int_{F^C} \sigma_{zz}^C dF^C = -P. \quad (4.3.1)$$

Также на нижнем торце стойки отсутствуют продольные перемещения точек, что связано с условием опирания $W^C = W^S = 0$ (при $z = 0$). Помимо этого, на наружной поверхности стальной трубы радиальные напряжения равны нулю $\sigma_{rr}^S = 0$ (при $r = R_H$) (Рисунок 3.1.1).

Решение задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 2.2, учитывая отсутствие

осевой нагрузки на трубу, и цилиндра в – 4.2. В задаче о сжатии цилиндра осевые напряжения в бетонном ядре с площадью сечения F^C являются постоянной величиной и выражены через давление на цилиндр p^C (4.2.15), тогда интеграл продольных напряжений по площади сечения стойки (4.3.1) может быть раскрыт. Краевые условия принимают вид:

-условия на торцах:

$$1) \text{ при } z = 0: W^C = W^S = 0; \quad (4.3.2a)$$

$$2) \text{ при } z = h: \int_{F^C} \sigma_{zz}^C dF^C = -p^C \cdot F^C = -P; \quad (4.3.2b)$$

-условие на наружной поверхности цилиндра:

$$3) \text{ при } r = R_H: \sigma_{rr}^S = 0. \quad (4.3.2c)$$

В рассматриваемой задаче отсутствует совместное сжатие бетонного ядра и стальной трубы в продольном направлении, в связи с чем условия сопряжения стали-бетона меняются в сравнении с условиями традиционной стойки (2.4.2). Взаимодействие в поперечном направлении основывается на равенстве радиальных напряжений и перемещений на контакте стальной трубы и бетонного ядра (*при* $r = R_{BH}$). Тогда условия сопряжения стали-бетона принимают вид:

$$1) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S; \quad (4.3.3a)$$

$$2) U^C = U^S; \quad (4.3.3b)$$

$$3) \sigma_{rz}^C = \sigma_{rz}^S, \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{r\theta}^S, \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{\theta z}^S. \quad (4.3.3c)$$

Так как решение задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 2.2 и цилиндра в – 4.2, где согласно (2.2.5f) и (4.2.6d) касательные напряжения для стали и бетона равны нулю, то равенства условий сопряжения (4.3.3c) будут выполняться автоматически и могут быть переписаны в виде:

$$\sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0.$$

По (4.2.23) радиальные напряжения в бетонном ядре являются постоянной величиной $\sigma_{rr}^C = -p_H$, где p_H – давление на цилиндр со стороны трубы. По (2.2.5) на внутренней поверхности трубы $\sigma_{rr}^S = -p_{BH}$ (при $r = R_{BH}$), где p_{BH} – давление на трубу со стороны бетонного ядра.

Согласно первому условию сопряжения (3.1.3) радиальные напряжения на контакте стальной трубы и бетонного ядра совпадают $\sigma_{rr}^c = \sigma_{rr}^s$ (при $r = R_{\text{вн}}$). Тогда обозначим давление взаимодействия стали и бетона как $p_{\text{н}} = p_{\text{вн}} = p_0$, и напряжениям на контакте трубы и ядра соответствует равенство $\sigma_{rr}^c = \sigma_{rr}^s = -p_0$ (при $r = R_{\text{вн}}$).

Применим результаты решения задачи о бетонном цилиндре (параграф 4.2), учитывая условия рассматриваемой задачи и заменяя $p_{\text{н}}$ на p_0 . Согласно полученной ранее системе уравнений (4.2.23) и (3.1.2) напряжения, возникающие в бетонном цилиндре, определены следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^c = -p_0 ; \\ \sigma_{zz}^c = -p^c = -\frac{P}{F^c} ; \\ \sigma_{\theta\theta}^c = -p_0. \end{cases} \quad (4.3.4)$$

Формулы констант интегрирования для бетонного цилиндра (4.2.20), (4.2.21) с учетом введенных обозначений в (4.3.4) принимают вид:

$$C_1^c = \frac{-\Delta p_{0_i}(\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c) + (\lambda_i^c)^2) + \Delta p_i^c(\lambda_i^c + \mu_i^c)\lambda_i^c}{2\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)(\lambda_i^c + \mu_i^c)}, \quad (4.3.5)$$

$$C_4^c = \frac{\Delta p_{0_i} \cdot \lambda_i^c - \Delta p_i^c(\lambda_i^c + \mu_i^c)}{\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)}. \quad (4.3.6)$$

Подставляем формулы (4.3.5), (4.3.6) в уравнения приращений радиальных и продольных перемещений (4.2.11), (4.2.13), полученные при рассмотрении задачи о цилиндре:

$$\Delta U_i^c = \frac{-\Delta p_{0_i}(\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c) + (\lambda_i^c)^2) + \Delta p_i^c(\lambda_i^c + \mu_i^c)\lambda_i^c}{2\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)(\lambda_i^c + \mu_i^c)} \cdot r, \quad (4.3.7)$$

$$\Delta W_i^c = \frac{\Delta p_{0_i} \cdot \lambda_i^c - \Delta p_i^c(\lambda_i^c + \mu_i^c)}{\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)} z + C_5^c.$$

Согласно первому краевому условию (4.3.2а) в нижнем торце невозможны осевые продольные перемещения, а значит $C_5^c = 0$.

$$\Delta W_i^c = \frac{\Delta p_{0_i} \cdot \lambda_i^c - \Delta p_i^c(\lambda_i^c + \mu_i^c)}{\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)} z. \quad (4.3.8)$$

Определим напряжения и перемещения, возникающие в трубе. Применим результаты решения задачи о сжатии трубы (параграф 2.2). Согласно условиям рассматриваемой задачи осевая нагрузка на трубу отсутствует, а значит условие на торце (2.2.5) (при $z = h$) принимает вид $\int_F \sigma_{zz}^S dF = -P^S = 0$. По (2.2.13) осевые напряжения в трубе σ_{zz}^S являются постоянной величиной, из чего следует, что $\sigma_{zz}^S = 0$ в условиях рассматриваемой задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме. И согласно (2.2.14) $p^S = 0$. Учитывая вышесказанное и заменяя $p_{\text{вн}}$ на p_0 , на основе полученных уравнений (2.2.19) напряжения, возникающие в стальной трубе определены следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = \frac{p_0 \cdot R_{\text{вн}}^2 \cdot (r^2 - R_{\text{н}}^2)}{(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)r^2}; \\ \sigma_{zz}^S = 0; \\ \sigma_{\theta\theta}^S = \frac{p_0 \cdot R_{\text{вн}}^2 \cdot (r^2 + R_{\text{н}}^2)}{(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)r^2}. \end{cases} \quad (4.3.9)$$

Используя выведенные уравнения констант интегрирования (2.2.16)-(2.2.18) получаем:

$$C_1^S = p_0 \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\text{вн}}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)}. \quad (4.3.10)$$

$$C_2^S = p_0 \frac{R_{\text{н}}^2 \cdot R_{\text{вн}}^2}{2\mu^S(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)}. \quad (4.3.11)$$

$$C_3^S = -p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{вн}}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)}. \quad (4.3.12)$$

Подставляем выражения для констант интегрирования (4.3.10)-(4.3.12) в полученные ранее уравнения радиальных и продольных перемещений в общем виде (2.2.10), (2.2.12):

$$U^S = \left(p_0 \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\text{вн}}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \cdot r + \quad (4.3.13)$$

$$+ p_0 \left(\frac{R_{\text{н}}^2 \cdot R_{\text{вн}}^2}{2\mu^S(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \frac{1}{r},$$

$$W^S = \left(-p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{вн}}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \cdot z + C_4^S.$$

Согласно первому краевому условию (4.3.2а) продольные перемещения нижнего торца стойки невозможны, следовательно $C_4^S = 0$.

$$W^S = \left(-p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{вн}}^2}{\mu^S (3\lambda^S + 2\mu^S) (R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \cdot z.$$

Представим радиальные перемещения (4.3.13) трубы в приращениях:

$$U^S = U_{i*}^S + \Delta U_i^S,$$

где U_{i*}^S – перемещения трубы в момент начала этапа с номером i ,

$$\begin{aligned} \Delta U_i^S = & \left(\Delta p_{0_i} \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S (3\lambda^S + 2\mu^S)) R_{\text{вн}}^2}{2\mu^S (\lambda^S + \mu^S) (3\lambda^S + 2\mu^S) (R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \cdot r + \\ & + \Delta p_{0_i} \left(\frac{R_{\text{н}}^2 \cdot R_{\text{вн}}^2}{2\mu^S (R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \frac{1}{r} \end{aligned} \quad (4.3.14)$$

В соответствии со 2-м условием сопряжения слоев (4.3.3б)

$U^C = U^S \Rightarrow \Delta U_i^C = \Delta U_i^S$ при $r=R_{\text{вн}}$. Приравниваем выражения приращений радиальных перемещений (4.3.13) и (4.3.14) при $r=R_{\text{вн}}$:

$$\begin{aligned} & \frac{-\Delta p_{0_i} (\mu_i^C (3\lambda_i^C + 2\mu_i^C) + (\lambda_i^C)^2) + \Delta p_i^C (\lambda_i^C + \mu_i^C) \lambda_i^C}{2\mu_i^C (3\lambda_i^C + 2\mu_i^C) (\lambda_i^C + \mu_i^C)} \cdot R_{\text{вн}} = \\ & \left(\Delta p_{0_i} \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S (3\lambda^S + 2\mu^S)) R_{\text{вн}}^2}{2\mu^S (\lambda^S + \mu^S) (3\lambda^S + 2\mu^S) (R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \cdot R_{\text{вн}} + \\ & + \Delta p_{0_i} \left(\frac{R_{\text{н}}^2 \cdot R_{\text{вн}}^2}{2\mu^S (R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)} \right) \frac{1}{R_{\text{вн}}}. \end{aligned} \quad (4.3.15)$$

Из равенства (4.3.15) выражаем формулу для определения приращения радиального давления на контакте бетона с облоймой:

$$\Delta p_{0_i} = \Delta p_i^C \frac{J_i}{L_i + K}, \quad i \in \{0, 1, 2\}, \quad (4.3.16)$$

$$\text{где } K = \frac{\mu^S (3\lambda^S + 2\mu^S) + (\lambda^S)^2}{2\mu^S (\lambda^S + \mu^S) (3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{R_{\text{вн}}^2}{R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2} + \frac{R_{\text{н}}^2}{2\mu^S (R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)},$$

$$L_i = \frac{\mu_i^C (3\lambda_i^C + 2\mu_i^C) + (\lambda_i^C)^2}{2\mu_i^C (3\lambda_i^C + 2\mu_i^C) (\lambda_i^C + \mu_i^C)}, J_i = \frac{\lambda_i^C}{2\mu_i^C (3\lambda_i^C + 2\mu_i^C)}.$$

Представим давления в приращениях по (4.2.17):

$$p_0 = \Delta p_{0_i} + p_{0_i*}, \quad p^C = \Delta p_i^C + p_{i*}^C, \quad (4.3.17)$$

где p_{0_i*} , p_{i*}^C – радиальное и осевое давления на бетон от действия силы P_{i*} (4.1.13)/(4.1.18).

Согласно крайевым условиям на торцах (4.3.2b) давление на бетонное ядро определяется зависимостью:

$$p^C = \frac{P}{Fc}, \quad (4.3.18)$$

тогда

$$p_{i*}^C = \frac{P_i}{Fc}, \quad p_{0_i*} = p_{i*}^C \frac{J_i}{L_i + K}, \quad \Delta p_i^C = \frac{\Delta P}{Fc}, \quad (4.3.19)$$

где $\Delta P = P - P_{i*}$ – приращение осевой сжимающей силы на этапе деформирования бетона с номером i .

Пример

Рассмотрим пример сравнительного расчета бетонной стойки в стальной обойме с учетом нелинейности диаграммы деформирования бетона по зависимостям, описанным в данном параграфе и без учета (данные из табл. 3.4.1) для разных размеров сечения. Деформационно-прочностные характеристики материалов принимаем согласно [65, 67] для бетона класса В35 и стали С245. Результаты представлены в Таблице 4.3.1, где $P_{об}^{н.л.}$ и $P_{об}^{лин.}$ – величины предельных (по условию (3.4.14)) сил на бетонную стойку в стальной обойме.

Таблица 4.3.1 – Примеры расчета бетонной стойки в стальной обойме с учетом и без учета нелинейности деформирования бетона

Диаметр внешний трубы D, мм.	Толщина стенки трубы t, мм	$P_{об}^{лин.}$, МН	$P_{об}^{н.л.}$, МН	$\frac{P_{об}^{н.л.}}{P_{об}^{лин.}}$
530	9	4,67	6,34	1,36
	10	4,71	6,55	1,39
	12	4,78	6,96	1,46
630	10	6,57	8,78	1,34
	12	6,66	9,28	1,39
	16	6,82	10,24	1,50
720	10	8,51	11,05	1,30
	12	8,61	11,64	1,35
	16	8,80	12,76	1,45

Таким образом учет нелинейности деформирования бетона приводит к повышению расчетной несущей способности бетонной стойки в стальной обойме на 30-50% в зависимости от параметров стойки.

4.4 Задача о сжатии традиционной трубобетонной стойки с учетом нелинейности деформирования бетона

Ранее в параграфе 2.4. был обоснован принципиальный конструктивный недостаток традиционных трубобетонных стоек, который доказывает неправильность применения конструкций такого типа. В данном параграфе будет описано решение задачи с учетом нелинейности бетона (согласно параграфу 4.1), которое далее будем использовать для решения задачи о предварительно напряженной трубобетонной стойке. Общий вид (Рисунок 2.4.1) и особенности работы традиционной трубобетонной стойки были описаны в параграфе 2.4.

В постановке рассматриваемой задачи справедливы уравнения состояния бетона (4.1.5) и (4.1.7) с учетом нелинейности деформирования

$$\sigma_{rr}^C = \sigma_{rr_i*}^C + \Delta\sigma_{rr_i}^C, \quad \sigma_{\theta\theta}^C = \sigma_{\theta\theta_i*}^C + \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^C, \quad \sigma_{zz}^C = \sigma_{zz_i*}^C + \Delta\sigma_{zz_i}^C,$$

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{rr_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C); \\ \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C); \\ \Delta\sigma_{zz_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{zz_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C), \end{cases}$$

а также равенства для деформаций бетона (4.1.6)

$$\varepsilon_{rr}^C = \varepsilon_{rr_i*}^C + \Delta\varepsilon_{rr_i}^C, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^C = \varepsilon_{\theta\theta_i*}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C, \quad \varepsilon_{zz}^C = \varepsilon_{zz_i*}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C,$$

где $\sigma_{\alpha\alpha_i*}^C, \varepsilon_{\alpha\alpha_i*}^C$ – значения напряжений и деформаций в бетоне в момент начала этапа с номером i (очевидно, что $\sigma_{\alpha\alpha_0*}^C = \varepsilon_{\alpha\alpha_0*}^C = 0$); $\Delta\sigma_{\alpha\alpha_i}^C, \Delta\varepsilon_{\alpha\alpha_i}^C$ – приращения напряжений и деформаций на этапе с номером i ; ($\alpha \in \{r, \theta, z\}$).

Приращения деформаций определяются через приращения перемещений:

$$\Delta\varepsilon_{rr_i}^C = \frac{d\Delta U_i^C}{dr}, \quad \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C = \frac{\Delta U_i^C}{r}, \quad \Delta\varepsilon_{zz_i}^C = \frac{d\Delta W_i^C}{dz}.$$

Деформирование стали считаем линейным до достижения в ней величин напряжений равных расчетному сопротивлению, а значит справедливы уравнения напряженно-деформированного состояния стали:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{rr}^S + \lambda^S(\varepsilon_{\theta\theta}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{\theta\theta}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{\theta\theta}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{zz}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{zz}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{\theta\theta}^S), \end{cases}$$

$$\lambda^S = \frac{E^S \nu^S}{(1 - 2\nu^S)(1 + \nu^S)}, \mu^S = \frac{E^S}{2(1 + \nu^S)},$$

а также равенства определения деформаций:

$$\varepsilon_{rr}^S = \frac{dU^S}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^S = \frac{U^S}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^S = \frac{dW^S}{dz}.$$

Уравнения равновесия в случае осесимметричной задачи

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^S}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^S - \sigma_{\theta\theta}^S}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^S}{\partial z} = 0, \end{cases}, \begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^C}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^C - \sigma_{\theta\theta}^C}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^C}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

также справедливы в постановке рассматриваемой задачи.

Стойка находится под действием осевой сосредоточенной силы P , однако характер распределение нагрузки на стальную оболочку и бетонное ядро не известен. Задачу будем рассматривать в постановке Сен-Венана, в соответствии с принципом которого ставится интегральное краевое условие на торце:

$$\text{при } z = h: \int_F \sigma_{zz} dF = \int_{F^S} \sigma_{zz}^S dF^S + \int_{F^C} \sigma_{zz}^C dF^C = -P; \quad (4.4.1)$$

Также на нижнем торце стойки отсутствуют продольные перемещения точек, что связано с условием опирания $W^C = W^S = 0$ (при $z = 0$). Помимо этого, на наружной поверхности стальной трубы радиальные напряжения равны нулю $\sigma_{rr}^S = 0$ (при $r = R_H$).

Решение задачи о сжатии традиционной трубобетонной стойки будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 2.2 и цилиндра в – 4.2. В этих задачах осевые напряжения в трубе с площадью сечения F^S являются постоянной величиной и выражены через давление на трубу p^S (2.2.14), а осевые

напряжения в бетонном цилиндре с площадью сечения F^C также являются постоянной величиной и выражены через давление на цилиндр p^C (4.2.15), тогда интеграл продольных напряжений по площади сечения стойки (4.4.1) может быть раскрыт. Краевые условия принимают вид:

-условия на торцах:

$$1) \text{ при } z = 0: W^C = W^S = 0; \quad (4.4.2a)$$

$$2) \text{ при } z = h: \int_F \sigma_{zz} dF = -p^S \cdot F^S - p^C \cdot F^C = -P; \quad (4.4.2b)$$

-условие на наружной поверхности цилиндра:

$$3) \text{ при } r = R_H: \sigma_{rr}^S = 0. \quad (4.4.2c)$$

Для обеспечения совместной работы стальной трубы и бетонного цилиндра традиционной труботонной стойки в поперечном направлении необходимо выполнение условий сопряжения бетона-стали, а именно равенство радиальных напряжений и перемещений, в продольном направлении – равенство продольных перемещений вдоль оси z на контакте стальной трубы и бетонного ядра (при $r = R_{BH}$). Тогда условия сопряжения стали-бетона принимают вид:

$$1) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S; \quad (4.4.3a)$$

$$2) U^C = U^S; \quad (4.4.3b)$$

$$3) W^C = W^S; \quad (4.4.3c)$$

$$4) \sigma_{rz}^C = \sigma_{rz}^S, \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{r\theta}^S, \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{\theta z}^S. \quad (4.4.3d)$$

Так как решение задачи о сжатии традиционной труботонной стойки будем искать на основе решений, полученных для трубы в параграфе 2.2 и цилиндра в – 4.2, где согласно (2.2.5f) и (4.2.6d) касательные напряжения для стали и бетона равны нулю, то равенства условий сопряжения (4.4.3d) будут выполняться автоматически и могут быть переписаны в виде:

$$\sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0.$$

По (4.2.23) радиальные напряжения в бетонном ядре являются постоянной величиной $\sigma_{rr}^C = -p_H$, где p_H – давление на цилиндр со стороны трубы. По (2.2.5) на внутренней поверхности трубы $\sigma_{rr}^S = -p_{BH}$ (при $r = R_{BH}$), где p_{BH} – давление на трубу со стороны бетонного ядра.

Согласно первому условию сопряжения (4.4.3а) радиальные напряжения на контакте стальной трубы и бетонного ядра совпадают $\sigma_{rr}^c = \sigma_{rr}^s$ (при $r = R_{\text{вн}}$). Тогда обозначим давление взаимодействия стали и бетона как $p_{\text{н}} = p_{\text{вн}} = p_0$, и напряжениям на контакте трубы и ядра соответствует равенство $\sigma_{rr}^c = \sigma_{rr}^s = -p_0$ (при $r = R_{\text{вн}}$).

Применим результаты решения задачи о бетонном цилиндре (параграф 4.2), учитывая условия рассматриваемой задачи и заменяя $p_{\text{н}}$ на p_0 . Согласно полученной ранее системе уравнений (4.2.23) напряжения, возникающие в бетонном цилиндре, определены следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^c = -p_0 ; \\ \sigma_{zz}^c = -p^c ; \\ \sigma_{\theta\theta}^c = -p_0 . \end{cases} \quad (4.4.4)$$

Формулы констант интегрирования для бетонного цилиндра (4.2.20), (4.2.21) с учетом введенных в (4.4.4) обозначений принимают вид:

$$C_1^c = \frac{-\Delta p_{0_i}(\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c) + (\lambda_i^c)^2) + \Delta p_i^c(\lambda_i^c + \mu_i^c)\lambda_i^c}{2\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)(\lambda_i^c + \mu_i^c)}, \quad (4.4.5)$$

$$C_4^c = \frac{\Delta p_{0_i} \cdot \lambda_i^c - \Delta p_i^c(\lambda_i^c + \mu_i^c)}{\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)}. \quad (4.4.6)$$

Подставляем формулы (4.4.5), (4.4.6) в уравнения радиальных и продольных перемещений (4.2.11), (4.2.13), полученные при рассмотрении задачи о цилиндре:

$$\Delta U_i^c = \frac{-\Delta p_{0_i}(\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c) + (\lambda_i^c)^2) + \Delta p_i^c(\lambda_i^c + \mu_i^c)\lambda_i^c}{2\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)(\lambda_i^c + \mu_i^c)} \cdot r, \quad (4.4.7)$$

$$\Delta W_i^c = \frac{\Delta p_{0_i} \cdot \lambda_i^c - \Delta p_i^c(\lambda_i^c + \mu_i^c)}{\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)} z + C_5^c.$$

Согласно первому краевому условию (4.4.2а) в нижнем торце невозможны осевые продольные перемещения, а значит $C_5^c = 0$.

$$\Delta W_i^c = \frac{\Delta p_{0_i} \cdot \lambda_i^c - \Delta p_i^c(\lambda_i^c + \mu_i^c)}{\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)} z. \quad (4.4.8)$$

Определим напряжения и перемещения, возникающие в трубе. Применим результаты решения задачи о сжатии трубы (параграф 2.2), учитывая условия

рассматриваемой задачи и заменяя p_{BH} на p_0 , на основе полученных уравнений (2.2.19) напряжения, возникающие в стальной трубе определены следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = \frac{p_0 \cdot R_{\text{BH}}^2 \cdot (r^2 - R_{\text{H}}^2)}{(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)r^2}; \\ \sigma_{zz}^S = -p^S; \\ \sigma_{\theta\theta}^S = \frac{p_0 \cdot R_{\text{BH}}^2 \cdot (r^2 + R_{\text{H}}^2)}{(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)r^2}. \end{cases} \quad (4.4.9)$$

Используя выведенные уравнения констант интегрирования (2.2.16)-(2.2.18) получаем:

$$C_1^S = p^S \cdot \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} + \quad (4.4.10)$$

$$+ p_0 \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)},$$

$$C_2^S = p_0 \frac{R_{\text{H}}^2 \cdot R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)}, \quad (4.4.11)$$

$$C_3^S = -p^S \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} - p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{BH}}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)}. \quad (4.4.12)$$

Подставляем выражения для констант интегрирования (4.4.10)-(4.4.12) в полученные ранее уравнения радиальных и продольных перемещений в общем виде (2.2.10), (2.2.12) :

$$U^S = \left(p^S \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} + p_0 \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right) \cdot r +$$

$$+ p_0 \left(\frac{R_{\text{H}}^2 \cdot R_{\text{BH}}^2}{2\mu^S(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right) \frac{1}{r}, \quad (4.4.13)$$

$$W^S = \left(-p^S \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} - p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{BH}}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right) \cdot z + C_4^S$$

Согласно первому краевому условию (4.4.2а) продольные перемещения нижнего торца стойки невозможно, следовательно $C_4^S = 0$.

$$W^S = \left(-p^S \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} - p_0 \frac{\lambda^S R_{\text{BH}}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_{\text{H}}^2 - R_{\text{BH}}^2)} \right) \cdot z. \quad (4.4.14)$$

Представим перемещения (4.4.13) и (4.4.14) трубы в приращениях:

$$U^S = U_{i*}^S + \Delta U_i^S, \quad W^S = W_{i*}^S + \Delta W_i^S,$$

где U_{i*}^S, W_{i*}^S – перемещения трубы в момент начала этапа с номером i ,

$$\Delta U_i^S = \left(\Delta p_i^S \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} + \Delta p_{0,i} \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\theta H}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_H^2 - R_{\theta H}^2)} \right) r + \\ + \Delta p_{0,i} \left(\frac{R_H^2 \cdot R_{\theta H}^2}{2\mu^S(R_H^2 - R_{\theta H}^2)} \right) \frac{1}{r}, \quad (4.4.15)$$

$$\Delta W_i^S = \left(-\Delta p_i^S \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} - \Delta p_{0,i} \frac{\lambda^S R_{\theta H}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_H^2 - R_{\theta H}^2)} \right) \cdot z. \quad (4.4.16)$$

В соответствии со 2-м условием сопряжения слоев (4.4.3)

$U^C = U^S \Rightarrow \Delta U_i^C = \Delta U_i^S$, $W^C = W^S \Rightarrow \Delta W_i^C = \Delta W_i^S$ при $r=R_{\theta H}$. Приравниваем выражения приращений радиальных перемещений (4.4.7) и (4.4.15) при $r=R_{\theta H}$:

$$\frac{-\Delta p_{0,i}(\mu_i^C(3\lambda_i^C + 2\mu_i^C) + (\lambda_i^C)^2) + \Delta p_i^C(\lambda_i^C + \mu_i^C)\lambda_i^C}{2\mu_i^C(3\lambda_i^C + 2\mu_i^C)(\lambda_i^C + \mu_i^C)} \cdot R_{\theta H} = \quad (4.4.17) \\ \left(\Delta p_i^S \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} + \Delta p_{0,i} \frac{((\lambda^S)^2 + \mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S))R_{\theta H}^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_H^2 - R_{\theta H}^2)} \right) R_{\theta H} + \\ + \Delta p_{0,i} \left(\frac{R_H^2 \cdot R_{\theta H}^2}{2\mu^S(R_H^2 - R_{\theta H}^2)} \right) \frac{1}{R_{\theta H}}.$$

Приравниваем выражения приращений продольных перемещений (4.4.8) и (4.4.16) при $r=R_{\theta H}$:

$$\frac{\Delta p_{0,i} \cdot \lambda_i^C - \Delta p_i^C(\lambda_i^C + \mu_i^C)}{\mu_i^C(3\lambda_i^C + 2\mu_i^C)} = \quad (4.4.18) \\ = -\Delta p_i^S \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} - \Delta p_{0,i} \frac{\lambda^S R_{\theta H}^2}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)(R_H^2 - R_{\theta H}^2)}.$$

Решаем систему линейных алгебраических уравнений (4.4.17) и (4.4.18)

относительно неизвестных $\Delta p_i^C, \Delta p_i^S$ и получаем следующие формулы:

$$\Delta p_i^C = \Delta p_{0,i} \frac{-Y(K + L_i) + D(2J_i + \alpha)}{H_i D - YJ_i}, \quad (4.4.19)$$

$$\Delta p_i^S = \Delta p_{0,i} \frac{J_i(2J_i + \alpha) - H_i(K + L_i)}{H_i D - YJ_i}, \quad (4.4.20)$$

$$\text{где } K = \frac{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S) + (\lambda^S)^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{R_{\text{BH}}^2}{R_H^2 - R_{\text{BH}}^2} + \frac{R_H^2}{2\mu^S(R_H^2 - R_{\text{BH}}^2)},$$

$$Y = \frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)}, D = \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)}, \alpha = \frac{\lambda^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{R_{\text{BH}}^2}{R_H^2 - R_{\text{BH}}^2},$$

$$L_i = \frac{\mu_i^C(3\lambda_i^C + 2\mu_i^C) + (\lambda_i^C)^2}{2\mu_i^C(3\lambda_i^C + 2\mu_i^C)(\lambda_i^C + \mu_i^C)}, J_i = \frac{\lambda_i^C}{2\mu_i^C(3\lambda_i^C + 2\mu_i^C)}, H_i = \frac{(\lambda_i^C + \mu_i^C)}{\mu_i^C(3\lambda_i^C + 2\mu_i^C)}.$$

Так как второе краевое условие (4.4.2b) справедливо на любом из этапов деформирования бетона, при любой силе P , то оно может быть переписано в приращениях:

$$-\Delta p_i^S \cdot F^S - \Delta p_i^C \cdot F^C = -\Delta P. \quad (4.4.21)$$

Подставляем формулы (4.4.19), (4.4.20) в равенство (4.4.21), и определяем приращение давления на контакте стальной трубы и бетонного ядра:

$$\Delta p_{0_i} = \Delta P \frac{YJ_i - H_i D}{F^C(Y(K + L_i) - D(2J_i + \alpha)) + F^S(H_i(K + L_i) - J_i(2J_i + \alpha))}. \quad (4.4.22)$$

Тогда, согласно (4.4.19)-(4.4.20) приращения давлений на бетонное ядро и стальную трубу определяются:

$$\Delta p_i^C = \Delta P \frac{Y(K + L_i) - D(2J_i + \alpha)}{F^C(Y(K + L_i) - D(2J_i + \alpha)) + F^S(H_i(K + L_i) - J_i(2J_i + \alpha))}, \quad (4.4.23)$$

$$\Delta p_i^S = \Delta P \frac{H_i(K + L_i) - J_i(2J_i + \alpha)}{F^C(Y(K + L_i) - D(2J_i + \alpha)) + F^S(H_i(K + L_i) - J_i(2J_i + \alpha))}. \quad (4.4.24)$$

Представим давления в приращениях:

$$p_0 = \Delta p_{0_i} + p_{0_i*}, p^C = \Delta p_i^C + p_{i*}^C, p^S = \Delta p_i^S + p_{i*}^S, \quad (4.4.25)$$

где $p_{0_i*}, p_{i*}^C, p_{i*}^S$ – давления в момент перехода на этап деформирования бетона с номером i .

4.5 Пространственный расчет предварительно напряженной трубобетонной стойки с учетом нелинейности деформирования бетона

Общий вид (Рисунок 3.4.1) и особенности работы предварительно напряженной трубобетонной стойки были описаны в параграфе 3.4. Рассматриваемая задача и задача из параграфа 3.4 подобны друг другу, однако в рассматриваемой задаче будем учитывать нелинейность деформирования бетона согласно параграфу 4.1.

В постановке рассматриваемой задачи справедливы уравнения состояния бетона (4.1.5) и (4.1.7) с учетом нелинейности деформирования

$$\sigma_{rr}^C = \sigma_{rr_i*}^C + \Delta\sigma_{rr_i}^C, \quad \sigma_{\theta\theta}^C = \sigma_{\theta\theta_i*}^C + \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^C, \quad \sigma_{zz}^C = \sigma_{zz_i*}^C + \Delta\sigma_{zz_i}^C,$$

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{rr_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C); \\ \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C); \\ \Delta\sigma_{zz_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{zz_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C), \end{cases}$$

а также равенства для деформаций бетона (4.1.6)

$$\varepsilon_{rr}^C = \varepsilon_{rr_i*}^C + \Delta\varepsilon_{rr_i}^C, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^C = \varepsilon_{\theta\theta_i*}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C, \quad \varepsilon_{zz}^C = \varepsilon_{zz_i*}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C,$$

где $\sigma_{\alpha\alpha_i*}^C, \varepsilon_{\alpha\alpha_i*}^C$ – значения напряжений и деформаций в бетоне в момент начала этапа с номером i (очевидно, что $\sigma_{\alpha\alpha_0*}^C = \varepsilon_{\alpha\alpha_0*}^C = 0$); $\Delta\sigma_{\alpha\alpha_i}^C, \Delta\varepsilon_{\alpha\alpha_i}^C$ – приращения напряжений и деформаций на этапе с номером i ; ($\alpha \in \{r, \theta, z\}$).

Приращения деформаций определяются через приращения перемещений:

$$\Delta\varepsilon_{rr_i}^C = \frac{d\Delta U_i^C}{dr}, \quad \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C = \frac{\Delta U_i^C}{r}, \quad \Delta\varepsilon_{zz_i}^C = \frac{d\Delta W_i^C}{dz}.$$

Деформирование стали считаем линейным до достижения в ней величин напряжений равных расчетному сопротивлению, а значит справедливы уравнения напряженно-деформированного состояния стали:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{rr}^S + \lambda^S(\varepsilon_{\theta\theta}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{\theta\theta}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{\theta\theta}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{zz}^S), \\ \sigma_{zz}^S = (\lambda^S + 2\mu^S)\varepsilon_{zz}^S + \lambda^S(\varepsilon_{rr}^S + \varepsilon_{\theta\theta}^S), \end{cases}$$

$$\lambda^S = \frac{E^S \nu^S}{(1 - 2\nu^S)(1 + \nu^S)}, \quad \mu^S = \frac{E^S}{2(1 + \nu^S)},$$

а также равенства определения деформаций:

$$\varepsilon_{rr}^S = \frac{dU^S}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^S = \frac{U^S}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^S = \frac{dW^S}{dz}.$$

Уравнения равновесия в случае осесимметричной задачи

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^S}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^S - \sigma_{\theta\theta}^S}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^S}{\partial z} = 0, \end{cases}, \quad \begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}^C}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^C - \sigma_{\theta\theta}^C}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^C}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

также справедливы в постановке рассматриваемой задачи.

Работа предлагаемой предварительно напряженной трубобетонной стойки, характеризуется двумя стадиями нагружения, переход между которыми реализуется в следствии возрастания внешней нагрузки.

Стадия нагружения 1 «Предварительное обжатие бетонного ядра»: на этой стадии стойка работает, как бетонная стойка в стальной обойме. Внешняя сжимающая нагрузка прикладывается только на выступающее над уровнем трубы бетонное ядро, работа стальной трубы в продольном направлении отсутствует, однако в поперечном направлении труба сдерживает деформации бетонного ядра, оказывая реактивное сжимающее давление на бетон в радиальном направлении p_0 , то есть работает в качестве обоймы. При работе стойки на этой стадии справедливы краевые условия и условия сопряжения стали-бетона, описанные в параграфе 4.3.

Краевые условия:

-условия на торцах:

$$1) \text{ при } z = 0: W^C = W^S = 0;$$

$$2) \text{ при } z = h: \int_{FC} \sigma_{zz}^C dF^C = -p^C \cdot F^C = -P;$$

-условие на наружной поверхности цилиндра:

$$3) \text{ при } r = R_H: \sigma_{rr}^S = 0.$$

Условия сопряжения стали-бетона (*при* $r = R_{BH}$):

$$1) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S = -p_0;$$

$$2) U^C = U^S;$$

$$3) \sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0.$$

При приложении нагрузки P_d , высота бетонно ядра укорачивается на величину d , при этом величина давления обжатия бетона трубой, обозначаемая p_{od} , создает предварительные сжимающие радиальные напряжения в бетоне.

Стадия нагружения 2 «Расчетное рабочее состояние»: в связи с укорочением высоты бетонного ядра, опорные поверхности бетона и стали находятся на одинаковом уровне, нагрузка прикладывается на всё сечение стойки, включая стальную трубу (Рисунок 3.4.1). Стойка работает как традиционная трубобетонная стойка с предварительно обжатым бетонным ядром. При работе стойки на этой стадии справедливы краевые условия и условия сопряжения стали-бетона, описанные в параграфе 4.4.

Краевые условия:

-условия на торцах:

$$1) \text{ при } z = 0: W^C = W^S = 0;$$

$$2) \text{ при } z = h: \int_F \sigma_{zz} dF = -p^S \cdot F^S - p^C \cdot F^C = -P;$$

-условие на наружной поверхности цилиндра:

$$3) \text{ при } r = R_H: \sigma_{rr}^S = 0.$$

Условия сопряжения бетона-стали (при $r = R_{BH}$):

$$1) \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S = -p_0;$$

$$2) U^C = U^S;$$

$$3) W^C = W^S.$$

$$4) \sigma_{rz}^C = \sigma_{r\theta}^C = \sigma_{\theta z}^C = \sigma_{rz}^S = \sigma_{r\theta}^S = \sigma_{\theta z}^S = 0.$$

Стадия нагружения 1 «Предварительное обжатие бетонного ядра».

При работе стойки на этой стадии нагружения справедливо решение, полученное для бетонной стойки в стальной обойме в параграфе 4.3.

На каждом этапе деформирования бетона с номером i величины осевой сжимающей силы P , осевого (продольного) давления на бетонное ядро p^C и радиального давления обжатия бетона p_0 представлено в виде:

$$P = P_{i*} + \Delta P, p^C = p_{i*}^C + \Delta p_i^C, p_0 = p_{0_i*} + \Delta p_{0_i}, \quad (4.5.1)$$

где $i \in \{0,1,2\}$ – см. параграф 4.1; p_{i*}^C, p_{0_i*} – осевое и радиальное давления на бетон в момент начала этапа деформирования бетона с номером i (4.3.18); P_{i*} вычисляется по формуле (4.1.13) или (4.1.18) в зависимости от номера этапа деформирования бетона; ΔP – приращение осевой сжимающей силы на этапе деформирования бетона с номером i . Приращения давлений, согласно (4.3.16) и (4.3.18) определяются следующим образом

$$\Delta p_{0_i} = \Delta p_i^C \frac{J_i}{L_i + K}, \quad (4.5.2)$$

$$\Delta p_i^C = \frac{\Delta P_i}{F^C}, \quad (4.5.3)$$

Величина силы P_d , при которой происходит укорочение бетонного ядра на величину выступа d , и стойка переходит на стадию нагружения 2, также представляется в приращении:

$$P_d = P_{i*} + \Delta P_d.$$

Определим величину приращения силы P_d . Представим осевые перемещения бетонного ядра в приращении:

$$W^C = W_{i*}^C + \Delta W_i^C,$$

где W_{i*}^C – перемещение точек ядра в момент перехода на этап деформирования бетона с номером i , ΔW_i^C – приращение перемещения точек бетонного ядра на этапе деформирования с номером i .

При укорочении высоты бетонного ядра на величину выступа d , приращения осевых перемещений верхней точки ядра, согласно уравнению (4.3.8), определяются следующим образом:

$$\Delta W_i^C = -\Delta d = -\frac{\Delta p_{0_i} \cdot \lambda_i^C - \Delta p_i^C (\lambda_i^C + \mu_i^C)}{\mu_i^C (3\lambda_i^C + 2\mu_i^C)} h, \quad (4.5.4)$$

где h – высота бетонного ядра стойки.

В равенстве (4.5.4) удобно выразить величину изменения высоты выступа бетонного ядра Δd и переписать его в следующем виде:

$$\Delta d = -(\Delta p_{0_i} \cdot 2J_i - \Delta p_i^C \cdot H_i)h, \quad (4.5.5)$$

$$J_i = \frac{\lambda_i^c}{2\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)}, H_i = \frac{(\lambda_i^c + \mu_i^c)}{\mu_i^c(3\lambda_i^c + 2\mu_i^c)}.$$

Согласно (4.5.2) и (4.5.3) приращения давлений из (4.5.5) определяются следующим образом:

$$\Delta p_{0_i} = \Delta p_i^c \frac{J_i}{L_i + K}, \quad \Delta p_i^c = \frac{\Delta P_d}{F^c}. \quad (4.5.6)$$

Подставляя (4.5.6) в (4.5.5), выражаем зависимость приращения величины силы P_d от изменения высоты выступа d :

$$\Delta P_d = \frac{\Delta d \cdot F^c(L_i + K)}{h(H_i(L_i + K) - 2J_i^2)}. \quad (4.5.7)$$

В большинстве случаев высота бетонного ядра укорачивается на величину d на последнем этапе деформирования бетона с номером $i=2$, тогда согласно (4.5.1) величина осевой силы, при которой это происходит, обозначаемая P_d , а также величины давлений на бетонное ядро вычисляются по формулам:

$$P_d = P_{2*} + \Delta P_d, \quad (4.5.8)$$

$$p_d^c = p_{2*}^c + \Delta p_2^c, \quad p_{0d} = p_{0_{2*}} + \Delta p_{0_2}, \quad (4.5.9)$$

где Δp_2^c , Δp_{0_2} вычисляются по (4.5.6) при $i=2$.

И формула (4.5.7) принимает вид:

$$\Delta P_d = \frac{\Delta d \cdot F^c(L_2 + K)}{h(H_2(L_2 + K) - 2J_2^2)}, \quad (4.5.10)$$

где $\Delta d = d - d_{2*}$, согласно (4.5.7):

$$d_{2*} = d_{1*} + \frac{(P_{2*} - P_{1*})h(H_1(L_1 + K) - 2J_1^2)}{F^c(L_1 + K)}, \quad (4.5.11)$$

$$d_{1*} = \frac{P_{1*}h(H_0(L_0 + K) - 2J_0^2)}{F^c(L_0 + K)}. \quad (4.5.12)$$

Формулы (4.5.8), (4.5.10) – (4.5.12) позволяют определить величину силы P_d , в результате действия которой на бетонную стойку в стальной обойме (стадия нагружения 1) высота бетонно ядра укорачивается на величину выступа d , при заданной величине d . При этом из (4.5.6), (4.5.8), (4.5.9) получаем формулы определения давления обжатия бетона трубой при действии силы P_d :

$$p_{0d} = p_{0_{2*}} - \frac{(P_d - P_{2*})}{F^C} \frac{J_2}{L_2 + K} \quad (4.5.13)$$

и осевого давления на бетонное ядро действию силы P_d :

$$p_d^C = \frac{P_d}{F^C}. \quad (4.5.14)$$

Стадия нагружения 2 «Расчетное рабочее состояние».

В результате действия силы P_d и укорочения бетонного ядра на величину d , предварительно напряженная стойка переходит на стадию 2 работы. В большинстве случаев бетонному ядру соответствует этап деформирования 2. Нагрузка на этой стадии прикладывается ко всему сечению стойки, поэтому приращения величин (от момента перехода на стадию 2 работы стойки) определены из решения задачи о сжатии традиционной трубобетонной стойки с учетом нелинейности деформирования бетона, представленной в параграфе 4.4. Нагрузка возрастает на величину ΔP , при этом осевые и радиальные давления на бетон, а также осевые на трубу, претерпевают приращения:

$$P = P_d + \Delta P, p^C = p_d^C + \Delta p^C, p_0 = p_{0d} + \Delta p_0, p^S = \Delta p_2^S. \quad (4.5.15)$$

где приращения давлений определяются согласно формулам (4.4.22)-(4.4.24):

$$\begin{aligned} \Delta p_{0_{2*}} &= \Delta P \frac{YJ_2 - H_2D}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}, \\ \Delta p_2^C &= \Delta P \frac{Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}, \\ \Delta p_2^S &= \Delta P \frac{H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}. \end{aligned}$$

Величина прикладываемой осевой силы P ограничивается величиной напряжений, возникающих в материалах стойки. Предельная величина нормальных осевых напряжений, возникающих в бетонном ядре, является расчетным сопротивлением обжатого трубой бетона на сжатие:

$$-R_{b,3} \leq \sigma_{zz}^C. \quad (4.5.16)$$

Согласно (4.4.4) осевые нормальные напряжения в бетонном ядре, вызванные действием силы P , совпадают с осевым давлением p^C (4.5.15) с обратным знаком. Тогда, подставляя равенство для осевого давления p_d^C (4.5.14) во второе равенство (4.5.15), учитывая (4.4.4), получаем формулу определения осевых напряжений в бетонном ядре от действия силы P на стадии нагружения 2:

$$\sigma_{zz}^C = -\frac{P_d}{F^C} - \Delta P \frac{Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}. \quad (4.5.17)$$

При трехосном сжатии происходит упрочнение бетона [7]. Расчетное сопротивление бетона в обжатом состоянии определяется зависимостью (3.1.18)

$$R_{b,3} = R_b + 4p_0. \quad (4.5.18)$$

Подставляя (4.5.18) в (4.5.17) преобразуем условие прочности бетонного ядра:

$$\sigma_{zz}^C \geq -R_b - 4p_0. \quad (4.5.19)$$

Выразим значение предельной допустимой (по прочности бетонного ядра) осевой сжимающей силы $P_{\text{пред}}^C$, прикладываемой на предварительно напряженную трубобетонную стойку. Подставляя (4.5.16) и третье равенство (4.5.15) в неравенство (4.5.19) в предельном состоянии (неравенство переходит в равенство), получаем:

$$\begin{aligned} -\frac{P_d}{F^C} - \Delta P \frac{Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))} = \\ = -R_b - 4p_{0d} - \\ -4\Delta P \frac{YJ_2 - H_2D}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}. \end{aligned} \quad (4.5.20)$$

Учитывая из (4.5.15), что $\Delta P = P_{\text{пред}}^C - P_d$, выражаем из (4.5.20) значение максимальной допустимой (по прочности бетонного ядра нагрузки) нагрузки $P_{\text{пред}}^C$ на предварительно напряженную стойку:

$$P_{\text{пред}}^C = \left(R_b + 4p_{0d} - \frac{P_d}{F^C} \right) \times \quad (4.5.21)$$

$$\times \frac{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}{Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha) - 4(YJ_2 - H_2D)} + P_d.$$

Предельная величина нормальных осевых напряжений, возникающих в стальной трубе, является расчетным сопротивлением стали:

$$-R_y \leq \sigma_{zz}^S. \quad (4.5.22)$$

Согласно (4.4.9) осевые нормальные напряжения в стальной трубе, вызванные действием силы P , совпадают с осевым давлением p^S (4.5.15) с обратным знаком:

$$\sigma_{zz}^S = -\Delta P \frac{H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}. \quad (4.5.23)$$

Выразим значение предельной допустимой (по прочности стальной трубы) осевой сжимающей силы $P_{\text{пред}}^S$, прикладываемой на предварительно напряженную трубобетонную стойку. Подставляя (4.5.23) в неравенство (4.5.22) в предельном состоянии (неравенство переходит в равенство), получаем:

$$\Delta P \frac{H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))} = R_y. \quad (4.5.24)$$

Учитывая из (4.5.15), что $\Delta P = P_{\text{пред}}^S - P_d$, выражаем из (4.5.24) значение максимальной допустимой (по прочности стальной трубы) нагрузки $P_{\text{пред}}^S$ на предварительно напряженную стойку:

$$P_{\text{пред}}^S = P_d + R_y \frac{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}{H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha)} \quad (4.5.25)$$

При необходимости проведения расчетов по второй группе предельных состояний, определения величины укорочения предварительно напряженной трубобетонной стойки, расчет проводится с учетом ползучести бетона. При этом величины касательных модулей деформации бетона определяются согласно СП [67] с учетом длительного действия нагрузки.

Пример

Проанализируем работу предварительно напряженной трубобетонной стойки с параметрами $R_{\text{вн}}=0,253\text{м.}$, $R_{\text{н}}=0,265\text{м.}$ Деформационно-прочностные

характеристики материалов принимаем согласно [65; 67] для бетона класса В35 и стали С245.

Построим график зависимости величины сжимающей силы P_d на «стадии 1» от величины начального выступа бетонного ядра по зависимостям (4.5.8) – (4.5.12) (Рисунок 4.5.1):

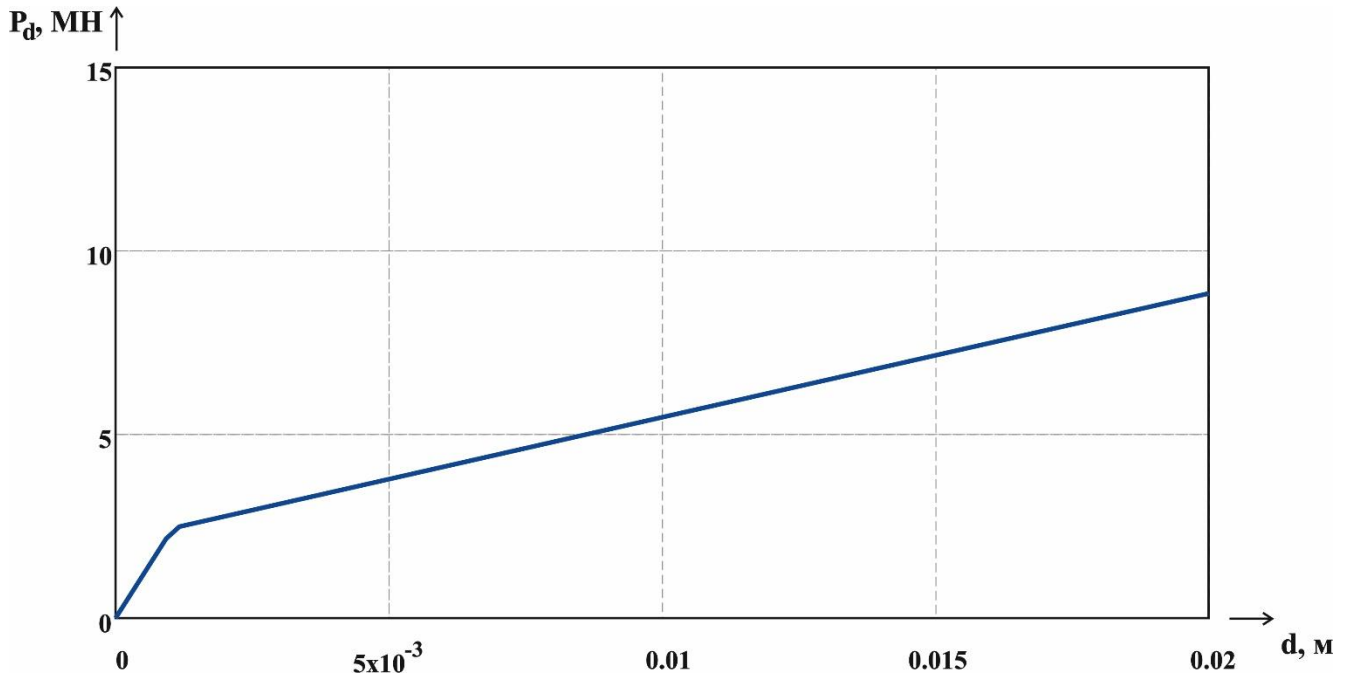


Рисунок 4.5.1 – Зависимость величины сжимающей силы P_d на «стадии 1» от величины начального выступа бетонного ядра d

Из Рисунка 4.5.1 очевидно, что большему выступу d соответствует большая величина силы P_d , при действии которой высота бетонного ядра укарачивается на величину d .

Построим график зависимости величины предельной сжимающей силы предварительно напряженной трубобетонной стойки от величины начального выступа бетонного ядра по зависимостям (4.5.21), (4.5.25) (Рисунок 4.5.2):

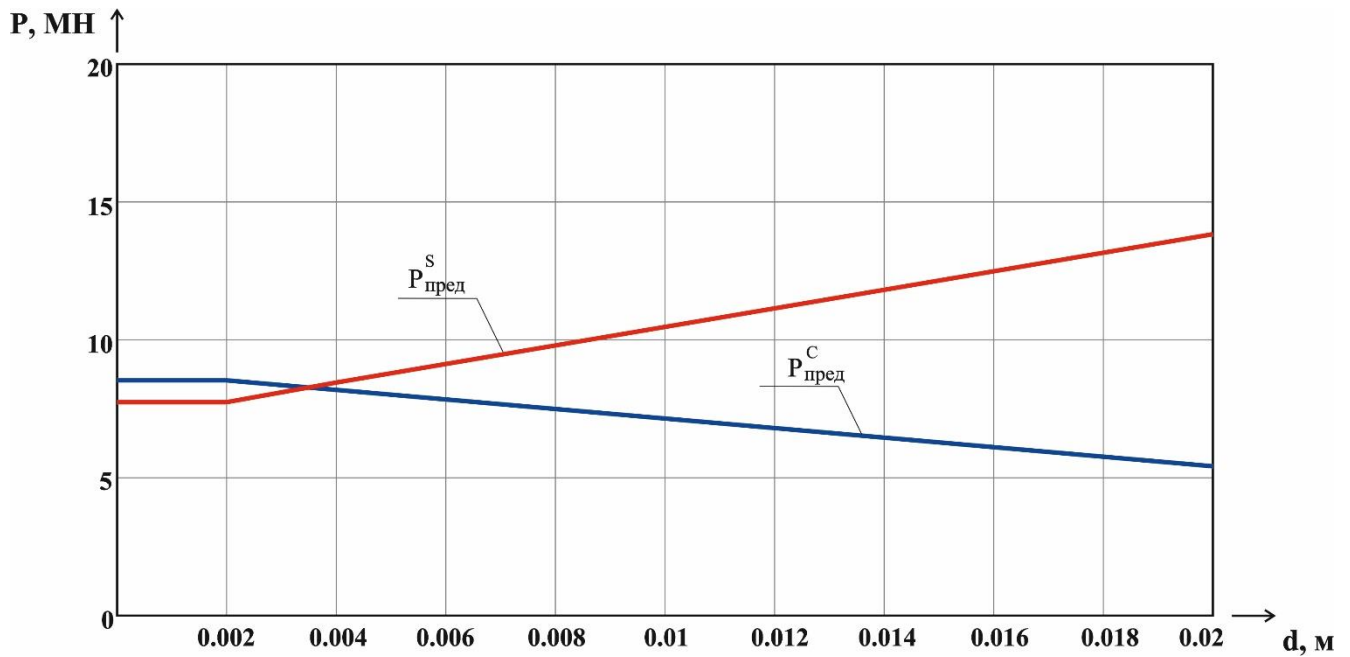


Рисунок 4.5.2 – Зависимость величины сжимающей силы P от величины начального выступа бетонного ядра d

Из анализа графика (Рисунок 4.5.2) следует, что меньшей величине d соответствует большее значение несущей силы P , при действии которой в бетонном ядре возникают предельные максимальные напряжения ($P^C_{пред}$). Данный факт объясняется тем, что при меньшей величине d , стальная труба «быстрее» включается в работу в продольном направлении и воспринимает большую часть величины P . В связи с чем величина предельной силы по прочности стальной трубы $P^S_{пред}$ убывает с уменьшением d . Наибольшая несущая способность стойки соответствует величине выступа d , определяемого в месте пересечения графиков $P^C_{пред}$ и $P^S_{пред}$. Назначаем размер выступа бетонного ядра предварительно напряженной труботонной стойки $d=0,004$ м., при этом величина предельной силы $P = P^C_{пред} = 8,15$ МН.

Для анализа напряженно-деформированного состояния конструкций построим графики определяющих величин (Рисунки 4.5.3 – 4.5.4).

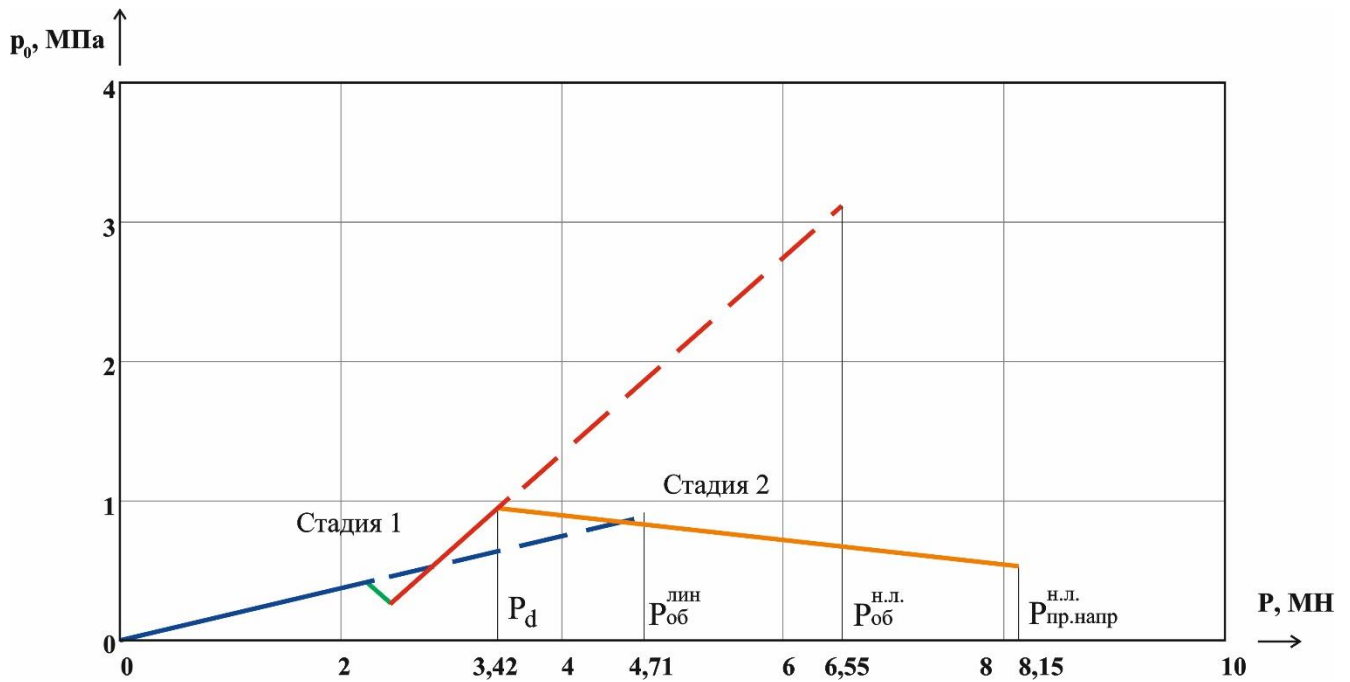


Рисунок 4.5.3 – Зависимость величины давления обжатия бетона p_0 от величины осевой сжимающей силы P

На Рисунке 4.5.3 $P_{об}$ и $P_{пр.напр}$ – величины предельных (по условию (4.5.17)) сил на бетонную стойку в стальной обойме и предварительно напряженную трубобетонную стойку соответственно, индексы указывают на расчет с учетом линейности либо нелинейности деформирования бетона.

График на Рисунке 4.5.3 меняет свое направление при переходе с этапа деформирования бетона $i=0$ на этап $i=1$. Это связано с довольно грубой аппроксимацией реального графика одноосного деформирования бетона. Для сглаживания графика на переходе между этапами возможно использование более детальной аппроксимации с добавлением большего количества этапов деформирования бетона. Однако при расчете предварительно напряженной трубобетонной стойки, с целью экономии, подбираются параметры стойки с несущей способностью, соответствующей максимальному приближению к расчетным нагрузкам. Таким образом расчетное предельное состояние соответствует этапу деформирования бетона с номером $i=2$, и направление графика при переходе между этапами $i=0$ и $i=1$ не имеет практической значимости.

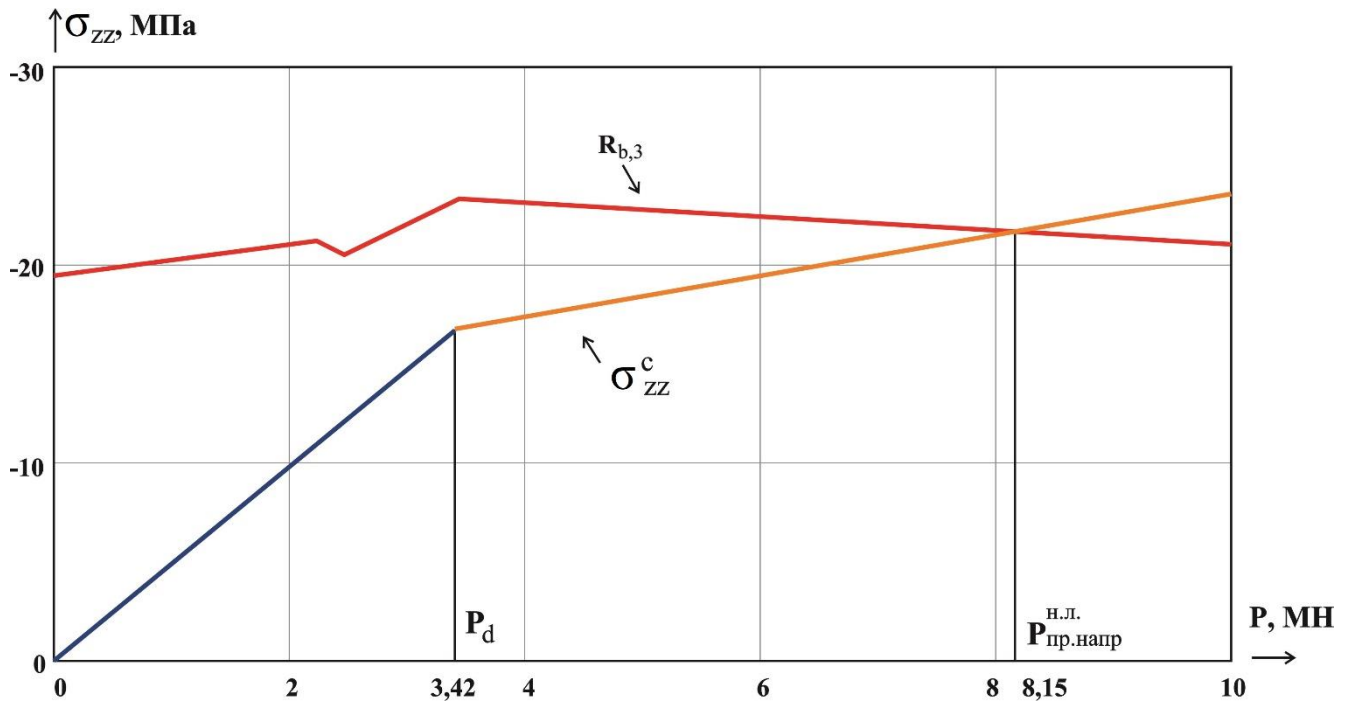


Рисунок 4.5.4 – Зависимость величин осевых напряжений σ_{zz}^c в бетонном ядре и расчетного сопротивления обжатого бетона на сжатие $R_{b,3}$ от величины осевой сжимающей силы P

Выводы, следующие из анализа графиков аналогичны описанным в параграфе 3.4., повторим их:

- Из анализа (Рисунок 4.5.3) видно, что величина давления обжатия бетона трубой p_0 возрастает при работе стойки на стадии нагружения 1 и падает при переходе на стадию нагружения 2. Падение давления связано с тем, что при загрузке трубы в продольном направлении на стадии 2 стальная труба претерпевает приращения поперечных перемещений от действия продольной нагрузки, превышающее приращения перемещений бетона. В большинстве расчетных случаев давление обжатия не достигает нуля, и бетон продолжает находиться в состоянии всестороннего сжатия на стадии 2 работы стойки. Давление обжатия совпадает по абсолютной величине с давлением воздействия бетонного ядра на трубу (Рисунок 3.4.1). Его относительно высокая величина исключает местную потерю устойчивости стенки трубы. Потеря местной устойчивости стенки трубы является одной из болезненных проблем традиционных трубобетонных стоек [9; 10].

- При падении давления обжатия p_0 расчетное сопротивление бетона при трехосном сжатии $R_{b,3}$ уменьшается согласно (4.5.18). Предельная величина осевой сжимающей силы P (по прочности бетонного ядра) соответствует равенству $\sigma_{zz}^C = R_{b,3}$ (рис 4.5.4).

Пример

Рассмотрим пример сравнительного расчета предварительно напряженной трубобетонной стойки и бетонной стойки в стальной обойме для разных размеров сечения. Принимаем высоту стоек $h=3$ м, выступ для предварительно напряженной стойки $d=4$ мм., деформационно-прочностные характеристики материалов принимаем согласно [65; 67] для бетона класса В35, учитывая нелинейность деформирования бетона, и стали С245. Результаты представлены в Таблице 4.5.1, где $P_{об}$ и $P_{пр.напр}$ – величины предельных (по условию (4.5.19)) сил на бетонную стойку в стальной обойме и предварительно напряженную трубобетонную стойку соответственно.

Таблица 4.5.1 – Примеры расчета бетонной стойки в стальной обойме и предварительно напряженной трубобетонной стойки

Диаметр внешний трубы D , мм.	Толщина стенки трубы t , мм	$P_{об}$, МН	$P_{пр.напр}$, МН	$P_{пр.напр}$ / $P_{об}$
530	9	6,341	7,748	1,22
	10	6,551	8,15	1,24
	12	6,96	8,94	1,28
630	10	8,784	10,619	1,21
	12	9,284	11,563	1,25
	16	10,244	13,451	1,31
720	10	11,055	13,1	1,18
	12	11,638	14,178	1,22
	16	12,762	16,336	1,28

Так, несущая способность предварительно напряженной стойки оказывается выше несущей способности бетонной стойки в стальной обойме на 18-31% в зависимости от параметров стоек. Увеличение несущей способности обусловлено

тем, что стальная труба предварительно напряженной стойки воспринимает часть продольной нагрузки при работе на стадии 2, что становится возможным лишь при наличии предварительного обжатия бетона трубой. Данное качество делает предварительно напряженную трубобетонную стойку более предпочтительной конструкцией в сравнении с бетонной стойкой в стальной обойме. В результате сравнения данных из Таблицы 4.5.1 и Таблицы 3.4.1 установлено, что учет нелинейности деформирования бетона приводит к повышению расчетной несущей способности предварительно напряженной стойки на 14-18% в зависимости от параметров стойки

4.6 Пространственный расчет предварительно напряженной трубобетонной стойки при внецентренном сжатии

В большинстве случаев стойки транспортных сооружений испытывают внецентренное сжатие. Действие на стойку продольной сжимающей силы с эксцентриситетом эквивалентно одновременному действию осевой (приложенной к центру тяжести сечения стойки) продольной сжимающей силы и момента.

Считаем, что после загрузки стойки нагрузкой $P \geq P_d$ прикладывается момент M ко всему сечению трубобетонной стойки, т.е. на стадии нагружения 2. Тогда осевые напряжения в бетонном ядре или в стальной трубе представляют собой сумму напряжений, возникающих от действия силы P и момента M :

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zz_P} + \sigma_{zz_M}.$$

В книге [14] было получено асимптотическое решение, согласно которому, нормальные напряжения при изгибе многослойных стержней определяются следующим образом: $\sigma_{zz_M} = yE \frac{M}{[EI]}$, $[EI] = E_1^C I_x^C + E^S I_x^S$. Для трубобетонных конструкций очевидно, что выражение для изгибной жесткости принимает вид:

$$[EI] = E_1^C \pi \frac{R_{BH}^4}{4} + E^S \pi \left(\frac{R_H^4}{4} - \frac{R_{BH}^4}{4} \right).$$

Тогда осевые напряжения в бетонном ядре представляются следующим образом:

$$\sigma_{zz}^C = \sigma_{zz_P}^C + \sigma_{zz_M}^C, \sigma_{zz_M}^C = yE_1^C \frac{M}{[EI]}.$$

Осевые нормальные напряжения в бетонном ядре, вызванные действием силы P , совпадают с осевым давлением p^c с обратным знаком и определяются по формуле (4.5.16):

$$\sigma_{zzp}^c = -\frac{P_d}{F^c} - \frac{-\Delta P \frac{Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)}{F^c(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^s(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}}{F^c(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^s(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}.$$

Тогда наибольшие в сечении (по абсолютной величине) осевые напряжения в бетонном ядре определяются по зависимости:

$$\sigma_{zz}^c = \sigma_{zzp}^c + \sigma_{zzm}^c = -\frac{P_d}{F^c} - \frac{-\Delta P \frac{Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)}{F^c(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^s(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}}{F^c(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^s(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))} - R_{\text{вн}} E_1^c \frac{M}{[EI]}, \quad (4.6.1)$$

где $\Delta P = P - P_d$ из (4.5.15).

Величина приложенного момента M ограничивается величиной нормальных осевых напряжений, возникающих в бетонном ядре, предельная величина которых является расчетным сопротивлением предварительно обжатого бетона на сжатие:

$$-R_{b,3} \leq \sigma_{zz}^c. \quad (4.6.2)$$

Расчетное сопротивление бетона в обжатом состоянии определяется зависимостью (3.1.18): $R_{b,3} = R_b + 4p_0$, где p_0 определяется согласно (4.5.15)

Подставляя (4.6.1) в неравенство (4.6.2) в предельном состоянии (неравенство переходит в равенство), получено:

$$\begin{aligned} \frac{P_d}{F^c} + (P - P_d) \frac{Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)}{F^c(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^s(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))} + \\ + R_{\text{вн}} E_1^c \frac{M_{\text{пред}}^c}{[EI]} = (R_b + 4p_0). \end{aligned} \quad (4.6.3)$$

Из (4.6.3) выражена зависимость предельно допустимого момента от величины силы P из условия прочности бетонного ядра:

$$M_{\text{пред}}^c = \frac{[EI]}{R_{\text{вн}} E_1^c} \left(-\frac{P_d}{F^c} - (P - P_d) \times \right. \quad (4.6.4)$$

$$\times \frac{Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))} +$$

$$+ R_b + 4p_{0d} + 4(P - P_d) \times$$

$$\times \frac{YJ_2 - H_2D}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))} \Bigg).$$

График зависимости $M_{\text{пред}}^C$ от величины осевой силы P (справедлив для $P \geq P_d$) для труб разного диаметра (высота стойки $h=3,5$ м., бетон В35, сталь С245) представлен на Рисунке 4.6.1.

$M_{\text{пред}}^C$, МНм

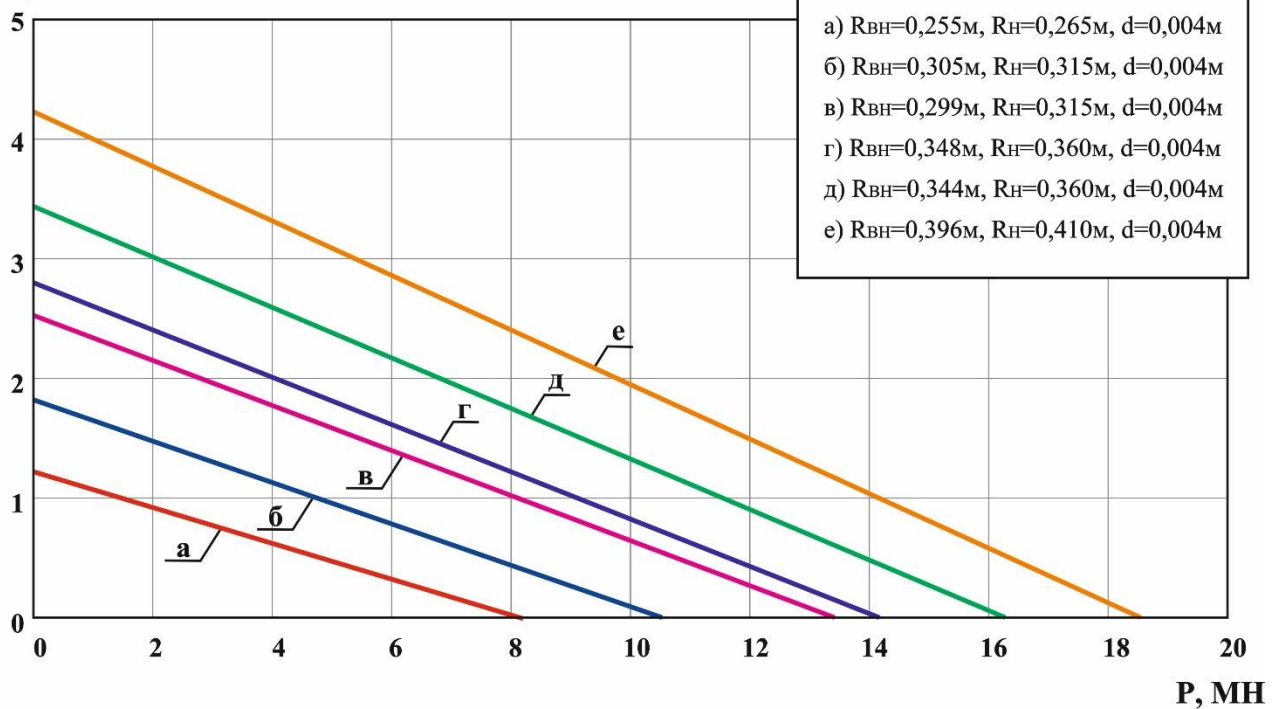


Рисунок 4.6.1 – График зависимости предельной величины момента (по прочности бетонного ядра) от осевой сжимающей силы для предварительно напряженной трубобетонной стойки

Однако при внецентренном сжатии предварительно напряженной трубобетонной стойки напряжения в стальной трубе могут достигать предельной величины (расчетного сопротивления с обратным знаком) быстрее, чем напряжения в бетонном ядре, поэтому определим величину предельного момента из условия прочности стальной трубы:

$$-R_y \leq \sigma_{zz}^S. \quad (4.6.5)$$

Осевые напряжения в стальной трубе при внецентренном сжатии представляются следующим образом:

$$\sigma_{zz}^S = \sigma_{zz_P}^S + \sigma_{zz_M}^S, \sigma_{zz_M}^S = yE^S \frac{M}{[EI]}.$$

Осевые нормальные напряжения в бетонном ядре, вызванные действием силы P , совпадают с осевым давлением p^S с обратным знаком и определяются по формуле (4.5.17):

$$\sigma_{zz_P}^S = -\Delta P \frac{H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))}.$$

Тогда наибольшие в сечении (по абсолютной величине) осевые напряжения в стальной трубе определяются по зависимости:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}^S &= \sigma_{zz_P}^S + \sigma_{zz_M}^S = \\ &= -\Delta P \frac{H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))} - R_H E^S \frac{M}{[EI]}, \end{aligned} \quad (4.6.6)$$

где $\Delta P = P - P_d$ из (4.5.15).

Подставляя (4.6.6) в неравенство (4.6.5) в предельном состоянии (неравенство переходит в равенство), получено:

$$\begin{aligned} (P - P_d) \frac{H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))} + \\ + R_H E^S \frac{M_{\text{пред}}^S}{[EI]} = R_y. \end{aligned} \quad (4.6.7)$$

Из (4.6.7) выражена зависимость предельно допустимого момента от величины силы P из условия прочности стальной трубы:

$$\begin{aligned} M_{\text{пред}}^S &= \frac{[EI]}{R_H E^S} (-(P - P_d) \times \\ &\times \frac{H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha)}{F^C(Y(K + L_2) - D(2J_2 + \alpha)) + F^S(H_2(K + L_2) - J_2(2J_2 + \alpha))} + R_y). \end{aligned} \quad (4.6.8)$$

График зависимости $M_{\text{пред}}^S$ от величины осевой силы P (справедлив для $P \geq P_d$) для труб разного диаметра (высота стойки $h=3,5$ м., бетон В35, сталь С245) представлен на Рисунке 4.6.2.

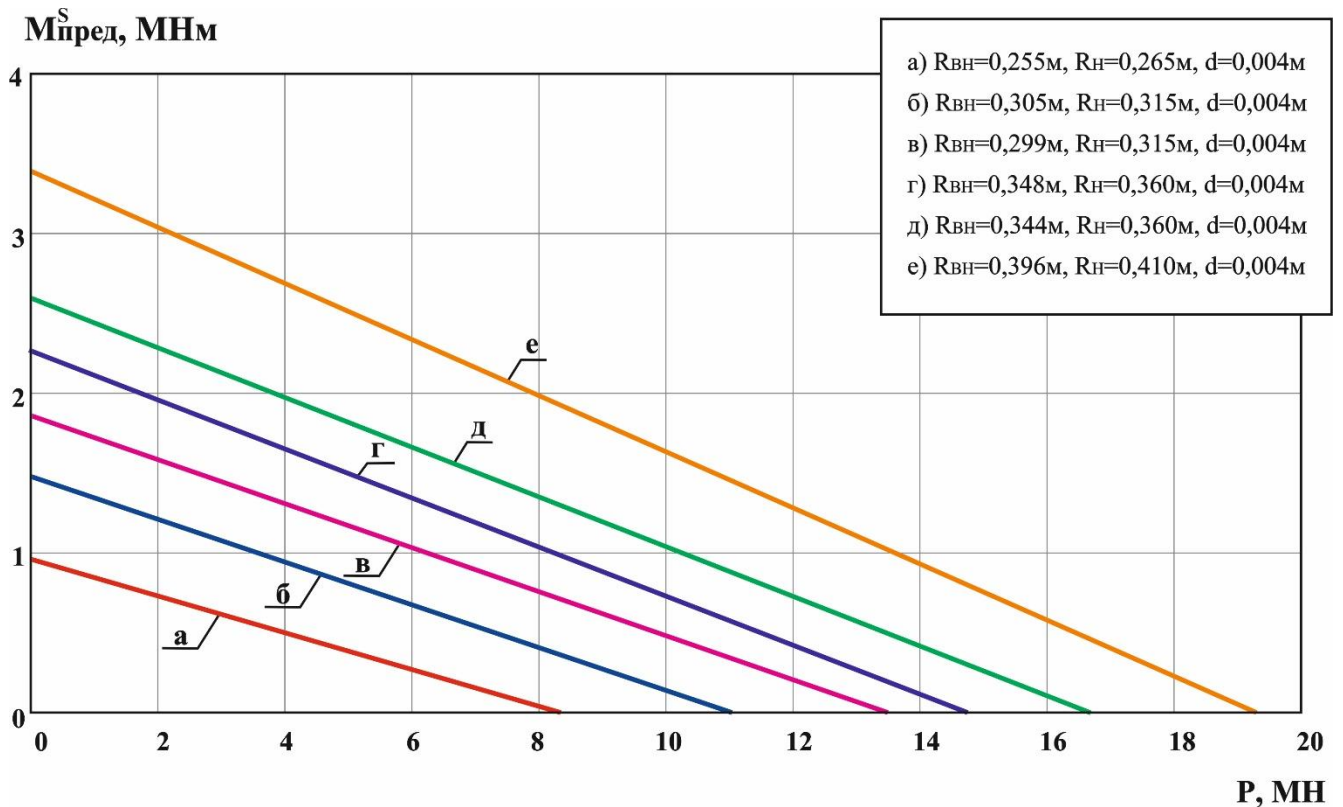


Рисунок 4.6.2 – График зависимости предельной величины момента (по прочности стальной трубы) от осевой сжимающей силы для предварительно напряженной трубобетонной стойки

4.7 Пример проектирования трубобетонной стойки железнодорожных многоуровневых подъездных путей, объединенных со станцией метрополитена

Рассмотрим пример проектирования стойки вокзала с многоуровневыми подъездными путями, объединенного со станцией метрополитена (Рисунок 4.7.1). Размеры и нагрузки принимаем условно. Принимаем погонную нагрузку от железнодорожного состава $q_{\text{ваг}}=140\text{кН/м}$, вес перекрытия $q_{\text{пер}}=50\text{ кН/м}^2$, полезная нагрузка на перекрытие $q_{\text{пол}}=4\text{ кН/м}^2$. Высота стойки $h=6\text{м}$, расстояния между осями стоек 6 м.

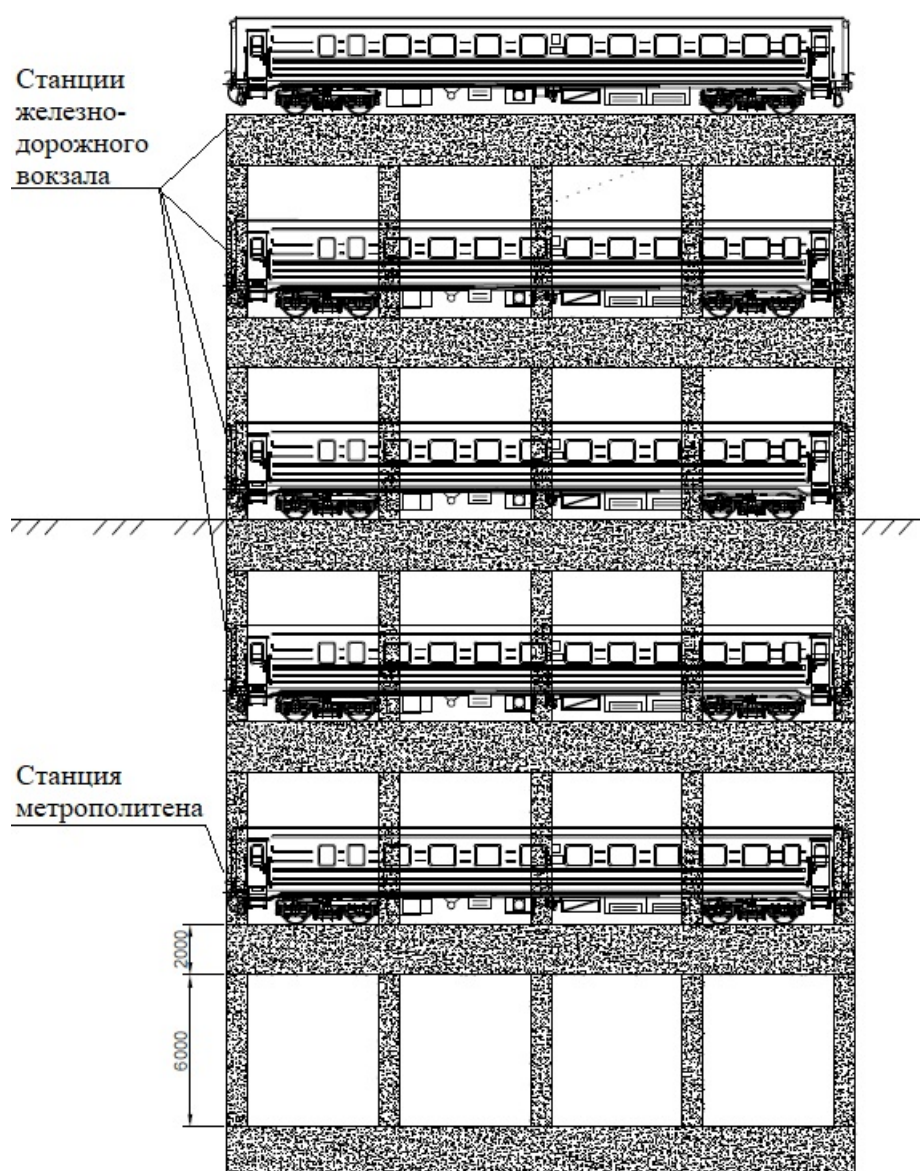


Рисунок 4.7.1 – Схема многоуровневых подъездных железнодорожных путей, объединенных со станцией метрополитена

Расчет ведется для нижней стойки. Определим нагрузки, приходящиеся на стойку. Рассмотрим два случая нагружения. Случай 1: вагон поезда расположен симметрично оси колонны и по всей длине грузовой площади стойки (Рисунок 4.7.2). Случай 2: вагон поезда расположен на половине грузовой площади стойки (Рисунок 4.7.3).

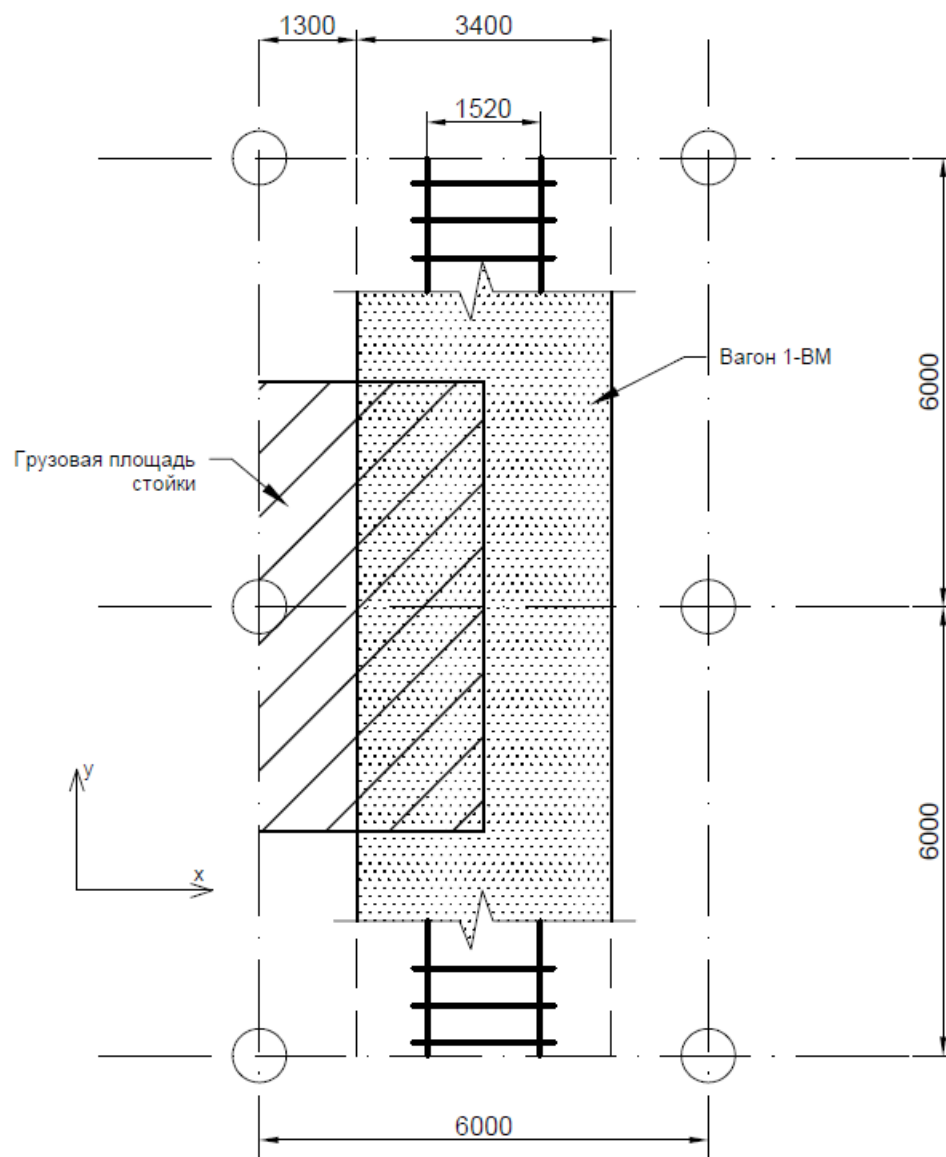


Рисунок 4.7.2 – Случай 1 нагружения трубобетонной стойки

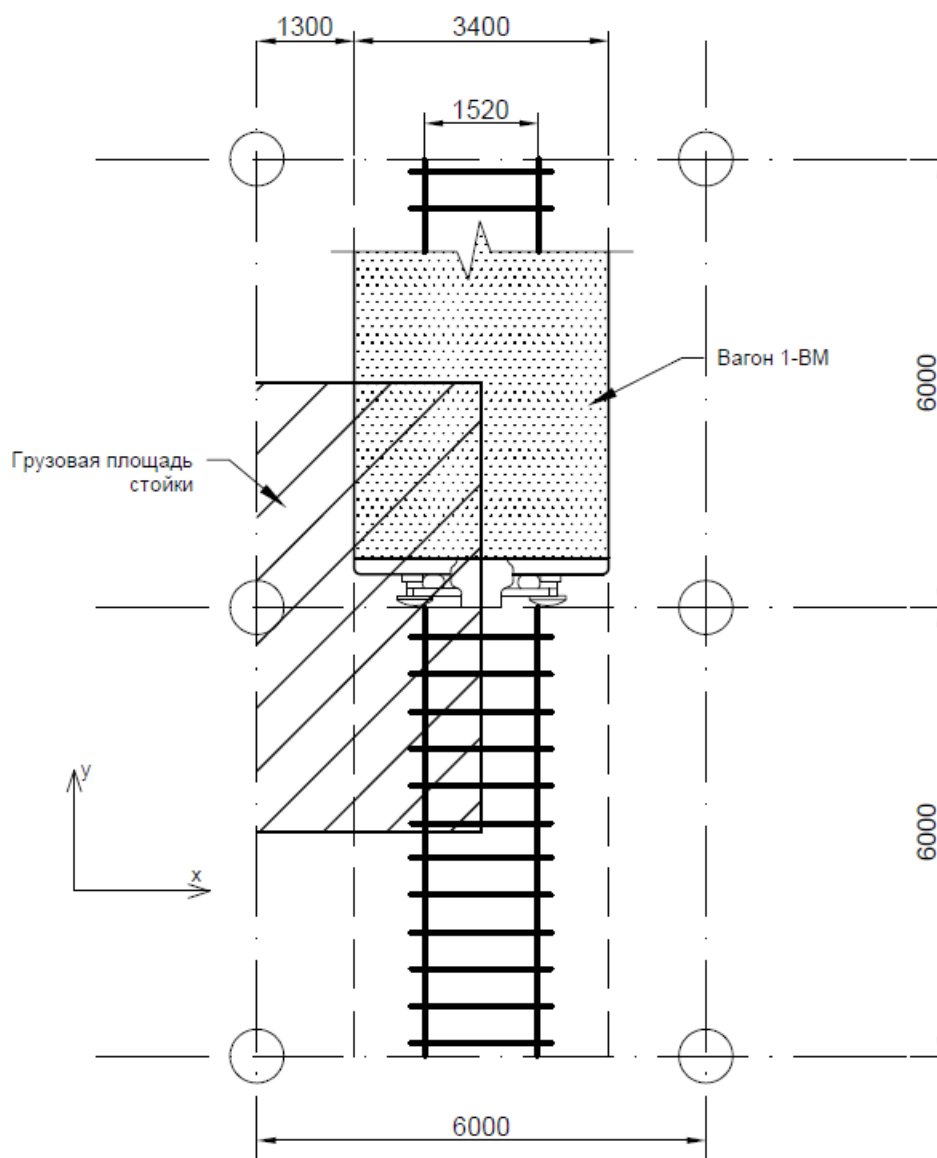
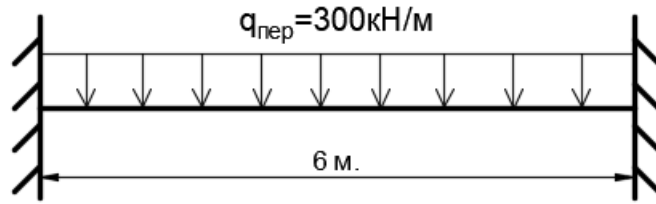


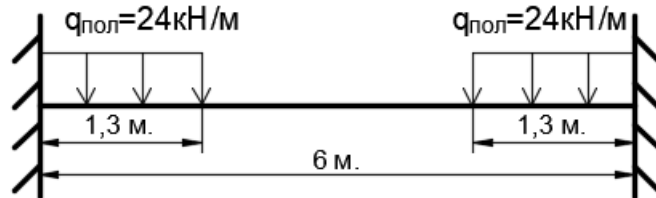
Рисунок 4.7.3 – Случай 2 нагружения трубобетонной стойки

Случай 1 нагружения.

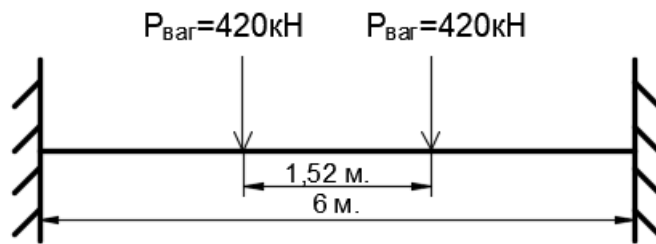
Определим момент сил, действующих на стойку с вышележащего перекрытия. Моменты, возникающие от действия веса перекрытия, полезной нагрузки и веса вагона, определяем методами строительной механики, рассматривая жестко закрепленную балку, вырезанную между осями колонн в направлении, перпендикулярном оси путей (Рисунок 4.7.4).



а)



б)



в)

Рисунок 4.7.4 – Расчетная схема: а) при действии веса перекрытия;
б) при действии полезной нагрузки; в) при действии веса вагона.

Момент, действующий на стойку:

от веса перекрытия (Рисунок 4.7.4а) $M_{\text{пер}} = 0,9 \text{ МНм.}$,

от действия полезной нагрузки (Рисунок 4.7.4б) $M_{\text{пол}} = 0,01735 \text{ МНм.}$,

от действия веса железнодорожного состава (Рисунок 4.7.4в) $M_{\text{ваг}} = 0,5896 \text{ МНм.}$

Суммарный момент на стойку:

$$M = M_{\text{пер}} + M_{\text{пол}} + M_{\text{ваг}} = 1,51 \text{ МНм.}$$

Случай 2 нагружения.

Определим момент сил, действующих на стойку с вышележащего перекрытия. Моменты, возникающие от действия веса перекрытия, полезной

нагрузки и веса вагона, определяем методами строительной механики, рассматривая жестко закрепленную балку, вырезанную между осями колонн в направлении, параллельном оси путей (Рисунок 4.7.5а) и – перпендикулярном оси путей (Рисунок 4.7.5б).

Моменты от веса перекрытия и полезной нагрузки аналогичны случаю 1:

$$M_{\text{пер}} = 0,9 \text{ МНм}, M_{\text{пол}} = 0,01735 \text{ МНм}.$$

Момент от веса железнодорожного состава раскладываем на две составляющие: $M_{x_ваг}$, $M_{y_ваг}$.

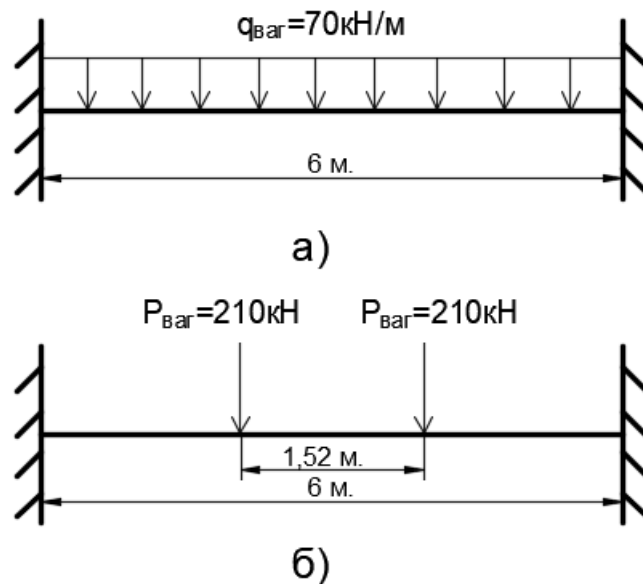


Рисунок 4.7.5 – Расчетная схема при действии веса вагона в направлении: а) параллельно оси путей ; б) перпендикулярно оси путей

$$M_{x_ваг} = 0,21 \text{ МНм}, M_{y_ваг} = 0,295 \text{ МНм}.$$

Тогда момент от всех нагрузок определяется по правилу сложения векторов:

$$M_y = M_{\text{пер}} + M_{\text{пол}} + M_{y_ваг} = 1,21 \text{ МНм}.$$

$$M_x = M_{x_ваг} = 0,21 \text{ МНм}$$

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 1,23 \text{ МНм}$$

Так как величина момента, действующего на стойку при расположении вагона по всей длине грузовой площади, больше величины момента, действующего на стойку при расположении вагона на половине длины грузовой площади, то в дальнейших расчетах будем учитывать $M = 1,51 \text{ МНм}$.

Предварительно примем колонну с размерами трубы 720x16 ($R_{6H}=0,344 \text{ м}$, $R_H=0,360 \text{ м}$), бетон В35, сталь С245. Вес колонны в пределах одного этажа $P_{\text{кол}} = 72,92 \text{ кН}$.

Определим величину осевой силы, действующей на стойку.

$$P = P_{\text{кол}} \cdot 5 + \left(\frac{q_{\text{ваг}}}{2} \cdot 6 + q_{\text{пер}} \cdot 6 \cdot 3 + q_{\text{пол}} \cdot 6 \cdot 1,3 \right) \cdot 4 = 5,77 \text{ МН}.$$

При предварительном назначении размеров стойки (для назначения ориентировочного диапазона размеров сечений стойки согласно сортаменту труб) ориентируемся на график $M_{\text{пред}}^S$ (4.6.8) (Рисунок 4.7.6).

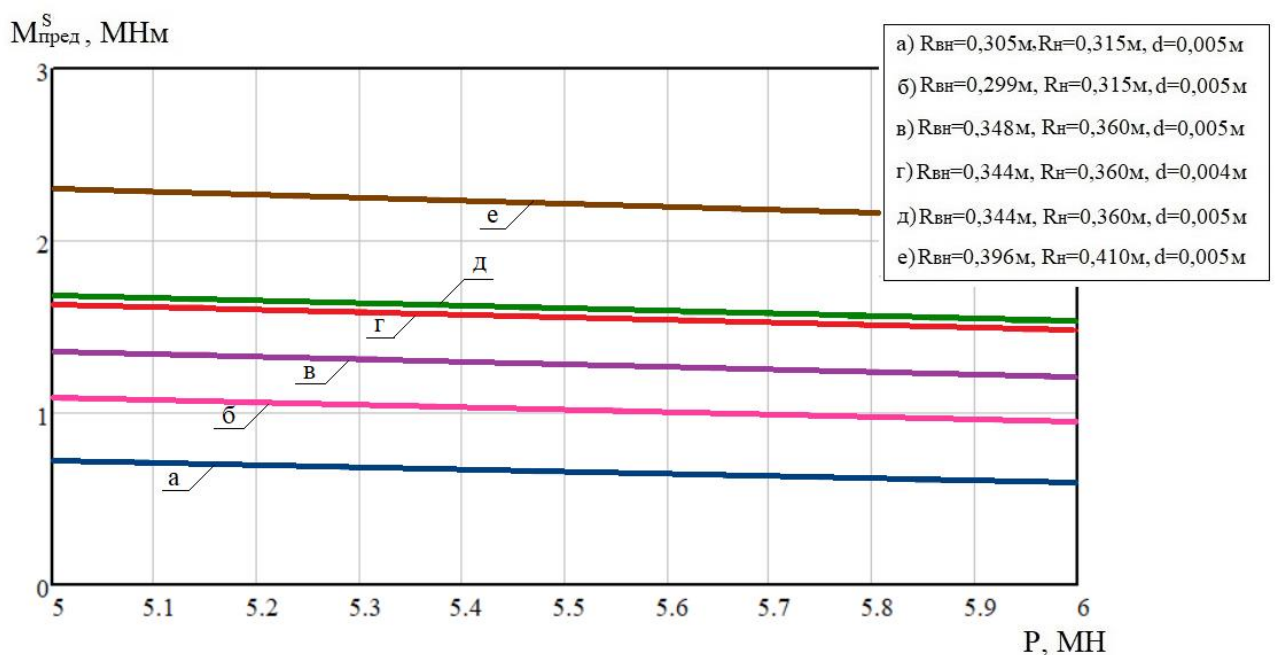


Рисунок 4.7.6 – График зависимости предельной величины момента (по прочности стальной трубы) от осевой сжимающей силы

При величине силы $P = 5,77 \text{ МН}$: для стойки с параметрами $R_{6H}=0,348 \text{ м}$, $R_H=0,360 \text{ м}$, $d=0,005 \text{ м}$. $M_{\text{пред}}^S = 1,24 \text{ МНм} < M = 1,51 \text{ МНм}$, следовательно стойки с меньшим размером сечения не принимаются в расчет; для стойки с параметрами

$R_{вн}=0,344\text{м.}$, $R_{н}=0,360\text{м.}$, $d=0,004\text{м.}$ $M_{пред}^S = 1,509\text{МНм} < M = 1,51\text{МНм}$, а значит необходимо увеличить величину выступа d . Стойки с большими размерами сечения не рассматриваем из соображений технико-экономической выгоды.

Таким образом назначаем стойку с параметрами $R_{вн}=0,344\text{м.}$, $R_{н}=0,360\text{м.}$, $d=0,005\text{ м.}$ Согласно (4.5.8) $P_d = 5,31\text{МН} < P = 5,77\text{ МН}$. Проверяем выполнение условий прочности (4.6.2) и (4.6.5). По (4.6.4) $M_{пред}^C = 2,33\text{МНм} > M = 1,51\text{МНм}$, по (4.6.8) $M_{пред}^S = 1,56\text{ МНм} > M = 1,51\text{МНм}$ следовательно при подобранных параметрах прочность стойки обеспечена.

Произведем расчет традиционной трубобетонной стойки согласно СП 266.1325800.2016 [66] под исходную нагрузку. В результате расчета подобрано сечение с размерами $R_{вн}=0,342\text{м.}$, $R_{н}=0,360\text{м.}$ Таким образом расход стали для подобранной по СП 266.1325800.2016 традиционной стойки превышает расход стали для предварительно напряженной стойки, рассчитанной по предложенной в диссертации методике, на 12%. Помимо этого, как было отмечено ранее, СП 266.1325800.2016 не учитывает уменьшение расчетного сопротивления бетона в следствии растяжении его трубой в поперечном направлении при загрузении традиционной трубобетонной стойки, а также не рассматривает возможность местной потери устойчивости стенки трубы при ее отрыве от бетонного ядра.

Произведем расчет классической (с гибкой арматурой) железобетонной стойки круглого сечения с аналогичным радиусом $R=R_{вн}=0,344\text{м}$ согласно СП 63.13330.2018. При заданных нагрузках подбираем армирование 30Ø40A400 с общей площадью сечения арматуры $A_s=0,0377\text{ м}^2$. При использовании железобетонной стойки с гибкой арматурой, во-первых, расход стали на 8% превышает расход стали для предварительно напряженной стойки, рассчитанной по предложенной в диссертации методике, а, во-вторых, осуществить армирование железобетонной стойки по подобранным расчетом параметрам технологически невозможно, а следовательно, необходимо увеличение размеров сечения стойки.

4.7.1. Оценка себестоимости материалов предварительно напряженной трубобетонной стойки

Так как затраты на устройство и монтаж традиционной трубобетонной стойки и предварительно напряженной трубобетонной стоек не имеют значительных расхождений, произведем сравнение себестоимости материалов для предварительно напряженной и традиционной трубобетонных стоек, подобранных расчетом в данном параграфе 4.7. Принимаем стоимость трубы по данным Магнитогорского Metallургического Комбината: 71руб/кг. Стоимость бетонной смеси В35 принимаем по данным завода ЖБИ ООО «АДАМАНТ СПб»: 4550 руб/м³. Результаты расчета себестоимости традиционной и предварительно напряженной трубобетонных стоек представлены в Таблице 4.7.1.

Таблица 4.7.1 – Результаты расчета себестоимости традиционной и предварительно напряженной трубобетонных стоек

Размеры трубы, мм (наружный диаметр х толщина стенки)	Себестоимость стальной трубы, руб.	Себестоимость бетонного ядра, руб.	Общая себестоимость трубобетонной стойки, руб.
720x18 (традиционная стойка)	133764	10019,1	143783,1
720x16 (предварительно напряженная стойка)	117043,5	10155,6	127199,1

Таким образом себестоимость предварительно напряженной стойки оказывается на 12% ниже себестоимости традиционной трубобетонной стойки.

4.8 Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными и результатами численного эксперимента

4.8.1 Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными

С целью подтверждения описанной в диссертации методики расчета трубобетонных стоек проведено сопоставление результатов расчета традиционных трубобетонных стоек с существующими экспериментальными данными, приведенными в работах Жиренкова А.Н. (Россия) [19] и Zhi-wu Yu, Fa-xing Ding (China), C.S. Cai (USA) [100], а также результатов расчета бетонных стоек в стальной обойме с экспериментальными данными Fuyun Huang (USA), Bao-Chun Chen (China), Xin Meng Yu [89] и Amir Fam (Canada), Frank S. Qie, Sami Rizkalla (USA) [86]. Экспериментальные исследования Жиренкова А.Н. проводились в Секторе измерения механических свойств материалов Всесоюзного научно-исследовательского института физико-технических и радиотехнических измерений (ВНРИФТРИ) Госстандарта СССР. Экспериментальные исследования Zhi-wu Yu и др. проводились на базе Центрального Южного Университета (провинция Хунань, Китай), исследования Fuyun Huang и др. – на базе Университета Фучжоу (Китай), исследования Amir Fam и др. – на базе Королевского Университета (Канада).

4.8.1.1 Материалы и методика проведения экспериментов

Эксперимент Жиренкова А.Н. [19]

Испытываемые трубобетонные образцы представляли собой стальные трубы из листовой стали СтЗ, заполненные бетонной смесью из быстротвердеющего бетона. Все трубобетонные образцы имели высоту 820 мм, наружный диаметр труб 296 мм и толщину стенок труб 8 мм. (Рисунок 4.8.1.1.1). С целью равномерной передачи давления на трубобетонных образец к торцам труб были приварены стальные листы толщиной 8 мм.

При изготовлении бетона использовались: быстротвердеющий цемент Воскресенского завода активностью 50 МПа; кварцевый песок с модулем крупности 1.9; гранитный щебень с размером зерен от 5 до 15 мм. Расход компонентов на 1 м³: цемент – 368 кг., песок – 736 кг., щебень – 1104 кг., вода – 184 кг. По результатам испытаний определена призмная прочность бетона $R_b=40,7\text{МПа}$.

Модуль деформации бетона является переменной величиной, используя введенные в данной диссертации обозначения, касательные модули деформации бетона могут быть записаны в виде: $E^C = 28500\text{МПа}$, $E_1^C = 23190\text{МПа}$. Модуль упругости стали трубы $E^S = 210000\text{МПа}$. Коэффициенты Пуассона бетона $\nu^C = 0,2$, стали – $\nu^S = 0,3$ принимаются согласно нормативной документации [65; 67].

Экспериментальные исследования трубобетонных стоек на осевое сжатие проводились на 500-тонном гидравлическом прессе типа 2ПГ-500. Нагружение образцов производили ступенями не более 0,1 от ожидаемой разрушающей нагрузки, выдерживая нагрузку на каждой ступени 5-7 мин до стабилизации деформаций. Время приложения ступени нагрузки составляло, примерно, 30 сек. На ступнях нагружения больших 0,85 от ожидаемых разрушающих шаг ступеней уменьшали до 0,05. Продолжительность испытания одного образца составляла примерно 50-80 мин.

Для измерения деформаций на трубобетонные элементы были наклеены тензорезисторы на бумажной основе с базой 50 мм., направленные по образующим трубы и расположенные вдоль четырех равноудаленных прямолинейных образующих трубы (Рисунки 4.8.1.1.1 – 4.8.1.1.2). Ошибка измерений тензорезисторов составляла $1 \cdot 10^{-5}$. На предварительно грунтованную поверхность образцов наклеивали тензорезисторы по стандартной методике и затем покрывали слоем клея Т-92 толщиной 0,2-0,3 мм. Выводы от тензорезисторов выполняли проводом МГТФ (многожильный провод диаметром 0,2 мм во фторопластовой обмотке) и подсоединяли к тензометрической станции АИД 4М.

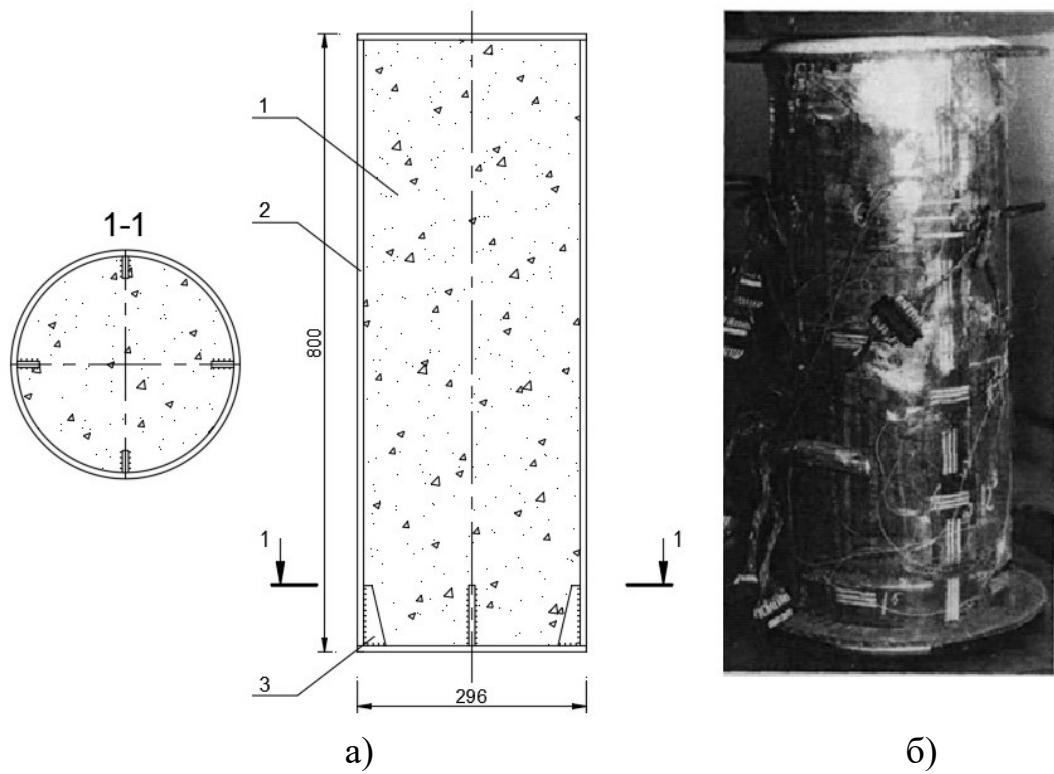


Рисунок 4.8.1.1.1 – Трубобетонный образец: а) конструкция, б) общий вид,
1- бетон, 2- стальная труба, 3- ребро жесткости [19]

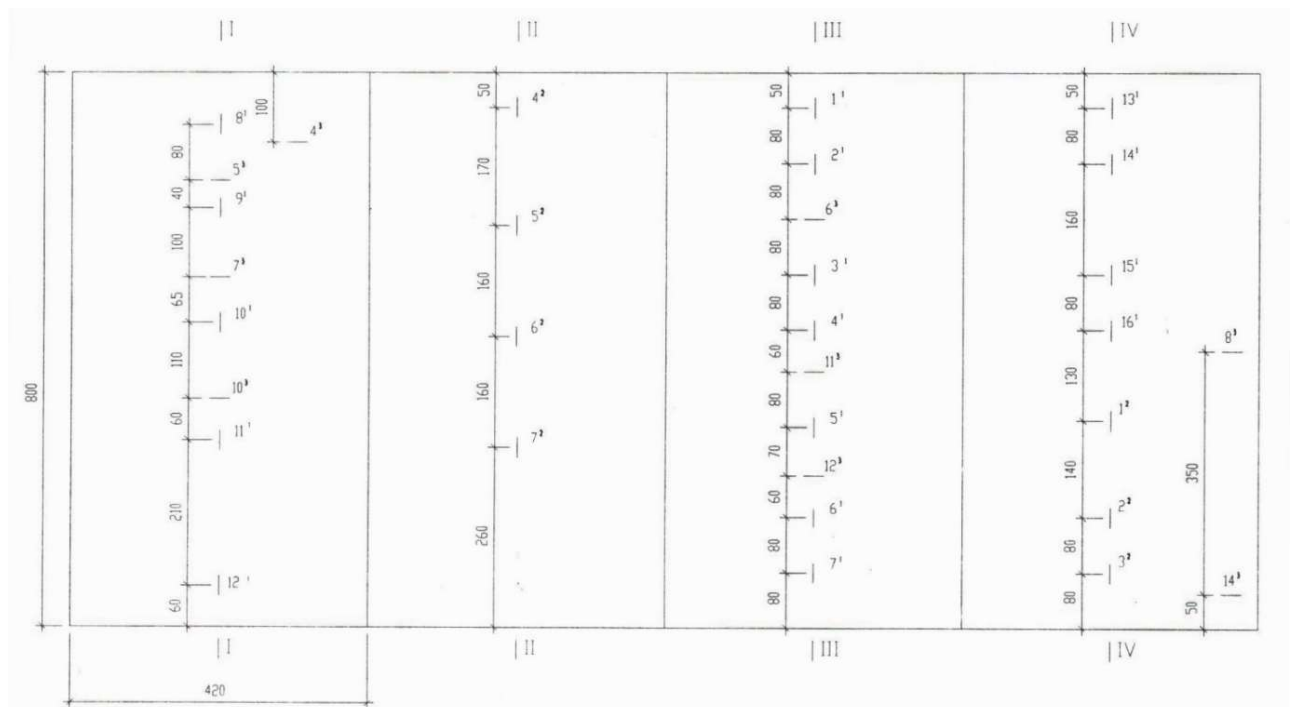


Рисунок 4.8.1.1.2 – Схема наклейки тензорезисторов
на трубобетонный образец [19]

Эксперимент Zhi-wu Yu и др. [100]

Испытываемые трубобетонные образцы представляли собой стальные трубы с разными толщинами стенки, заполненные бетонной смесью из бетона различных классов. Введем обозначения для разных типов образцов: «тип 1», «тип 2». Все образцы имели высоту 650 мм, наружный диаметр трубы 219 мм, толщина стенки трубы образца «типа 1» – 4,75 мм, «типа 2» – 4,78 мм. (Рисунок 4.8.1.1.3). С целью равномерной передачи давления на трубобетонных образец к торцам труб были приварены стальные листы толщиной 5 мм.

Расход компонентов бетонной смеси образца «типа 1» на 1 м³: цемент – 300 кг., песок – 814,6 кг., ультрамелкая зола – 208,5 кг., щебень – 882,5 кг., вода – 203,4 кг., суперпластификато – 3,3 кг. Расход компонентов бетонной смеси образца «типа 2» на 1 м³: цемент – 360,8 кг., песок – 852 кг., ультрамелкая зола – 199,3 кг., щебень – 805,6 кг., вода – 201,6 кг., суперпластификато – 3,64 кг. По результатам испытаний бетонных кубов с размером стороны 150 мм. определена кубиковая прочность бетона 42,6 МПа («тип 1») и 50,5 МПа («тип 2»), что соответствует классам бетона В40 и В50 соответственно в обозначениях, принятых в российских стандартах. Согласно СП 63.13330.2018 [67] призмная прочность $R_b=29$ МПа («тип 1») и $R_b=36$ МПа («тип 2»).

Модуль упругости и средний предел текучести стали труб всех образцов определялись экспериментально в соответствии с китайским стандартом GB / T228-2002 и составили соответственно $E^S = 213000$ МПа, $\sigma^T = 350$ МПа. Модули деформации бетона принимаются согласно нормативной документации [67] для бетонов В40 и В50. Используя введенные в данной диссертации обозначения, касательные модули деформации бетона могут быть записаны в виде: $E^C = 36000$ МПа, $E_1^C = 7733$ МПа (для «типа 1») и $E^C = 38000$ МПа, $E_1^C = 10070$ МПа (для «типа 2»). Коэффициенты Пуассона бетона $\nu^C = 0,2$, стали – $\nu^S = 0,3$ принимаются согласно нормативной документации [85].

Все образцы были испытаны на универсальной испытательной машине с максимальной нагрузкой 5000 кН. Нагрузка, измеренная датчиком нагрузки

испытательной машины и электронным преобразователем нагрузки, прикладывалась небольшими приращениями со скоростью около 50–100 кН / мин. Каждый интервал нагрузки выдерживался в течение 2–3 мин. При каждом приращении нагрузки показания деформации регистрировались управляемой компьютером системой сбора данных. Время каждого испытания составляло примерно 1 час.

Для измерения деформаций использовались электронные тензодатчики (ТД) размером 100х3 мм., тензометрические розетки (ТР) размером 3х2 мм и электронные преобразователи линейных перемещений (ПЛП), размещенные на внешних поверхностях образцов для измерения вертикальных и тангенциальных деформаций в средней части высоты в симметричных местах (Рисунок 4.8.1.1.3). По показаниям тензодатчиков контролировалось равномерность сжатия образцов.

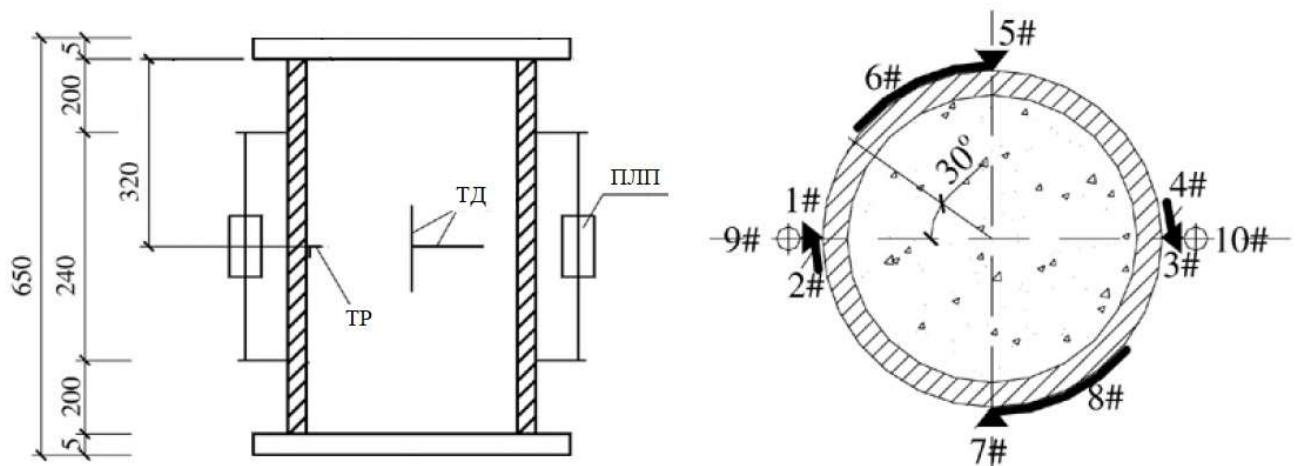


Рисунок 4.8.1.1.3 – Общий вид трубобетонного образца и схема установки измерительных устройств (1,3,5,7 – ТД продольных деформаций; 2,4,6,8 – ТД тангенциальных деформаций; 9,10 – ПЛП) [100]

Эксперимент Fuyun Huang и др. [89]

Испытываемый трубобетонный образец представлял собой стальную трубу из листовой стали марки Q345, заполненную бетонной смесью с классом бетона C50. Нагружение образца происходило при передаче давления только на бетонное ядро и использование трубы лишь в качестве обоймы, в данной диссертации такого

типа конструкция названа бетонной стойкой в стальной обойме. Образец имел высоту 1296 мм, наружный диаметр трубы 108 мм, толщину стенки трубы 4 мм. С целью передачи давления только на бетонное ядро у образца оставлялся зазор 2 мм между торцами трубы и бетонного ядра для размещения специального нагружаемого стального оголовка толщиной 12 мм. (Рисунок 4.8.1.1.4).

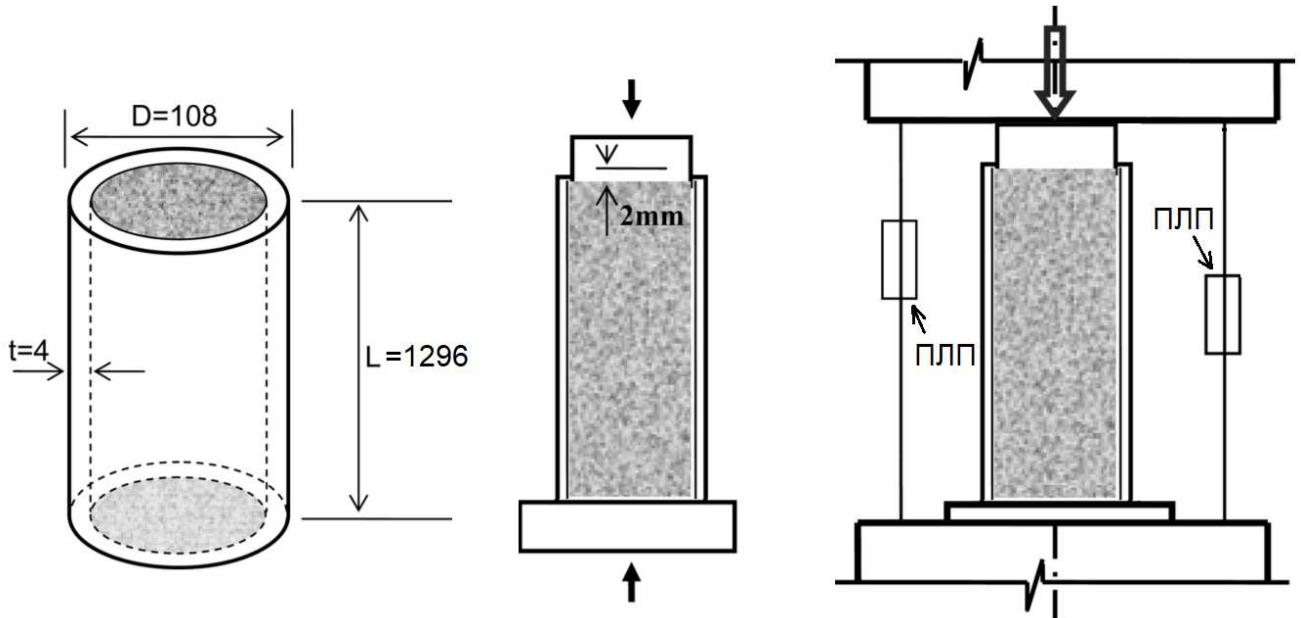


Рисунок 4.8.1.1.4 – Общий вид бетонной стойки в стальной обойме и схема установки измерительных устройств [89]

По результатам предварительных испытаний определены следующие характеристики материалов: модуль деформации стали трубы $E^S = 200000 \text{ МПа}$, предел текучести стали трубы $\sigma^T = 336 \text{ МПа}$, коэффициент Пуассона стали $\nu^S = 0,286$, кубиковая прочность бетона $54,9 \text{ МПа}$, призмная прочность бетона $R_b = 44 \text{ МПа}$. Начальный модуль деформации бетона принимался согласно Еврокоду EN 1992-1-1:2004 [84], изменение модуля деформации бетона учитывалось по методике СП [67]. Используя введенные в данной диссертации обозначения, касательные модули деформации бетона могут быть записаны в виде: $E^C = 35000 \text{ МПа}$, $E_1^C = 14667 \text{ МПа}$. Коэффициент Пуассона бетона $\nu^C = 0,2$ принимается согласно нормативной документации [85].

Испытание трубобетонного образца проводилось на гидравлическом прессе с максимальной нагрузкой 5000 кН. Нагружение производили ступенями не более 0,1 от ожидаемой разрушающей нагрузки (примерно 80-90 кН), выдерживая нагрузку на каждой ступени 3 мин до стабилизации деформаций, при приближении к ожидаемым разрушающим нагрузкам, шаг ступеней уменьшали вдвое.

Для измерения вертикальных смещений между нижней и верхней опорными плитами использовались два электронных преобразователя линейных перемещений (ПЛП), размещаемые симметрично по сторонам образца (Рисунок 4.8.1.1.4).

Эксперимент Amir Fam и др. [86]

Испытываемый трубобетонный образец представлял собой холоднодеформированную стальную трубу, заполненную бетонной смесью. Образец имел высоту 457 мм, наружный диаметр трубы 152,4 мм, толщину стенки трубы 3,12 мм. С целью передачи давления только на бетонное ядро на торце стойки размещалась нагружаемая стальная пластина диаметром 144 мм. (Рисунок 4.8.1.1.5)

По результатам предварительных испытаний полых стальных труб и стандартных бетонных призм определены следующие характеристики материалов: модуль деформации стали трубы $E^S = 198000 \text{ МПа}$, предел текучести стали трубы $\sigma^T = 347 \text{ МПа}$, коэффициент Пуассона стали $\nu^S = 0,25$, призмная прочность бетона $R_b = 55 \text{ МПа}$, коэффициент Пуассона бетона $\nu^C = 0,2$. Начальный модуль деформации бетона принимался согласно Еврокоду EN 1992-1-1:2004 [84], изменение модуля деформации бетона учитывалось по методике СП [67]. Используя введенные в данной диссертации обозначения, касательные модули деформации бетона могут быть записаны в виде: $E^C = 38000 \text{ МПа}$, $E_1^C = 19469 \text{ МПа}$.

Испытание трубобетонного образца проводилось на стандартной испытательной машине с максимальной нагрузкой 600 тысяч фунтов. Осевая

нагрузка монотонно увеличивалась, при укорочении стойки, равном примерно 30 мм, испытания были прекращены.

Пять тензодатчиков (ТД), расположенных на боковой поверхности трубы с шагом 67 мм по высоте, использовались для измерения деформации в тангенциальном направлении. Для измерения вертикальных смещений между нижней и верхней опорными плитами использовались два электронных преобразователя линейных перемещений (ПЛП), размещаемые симметрично по сторонам образца (Рисунок 4.8.1.1.5).

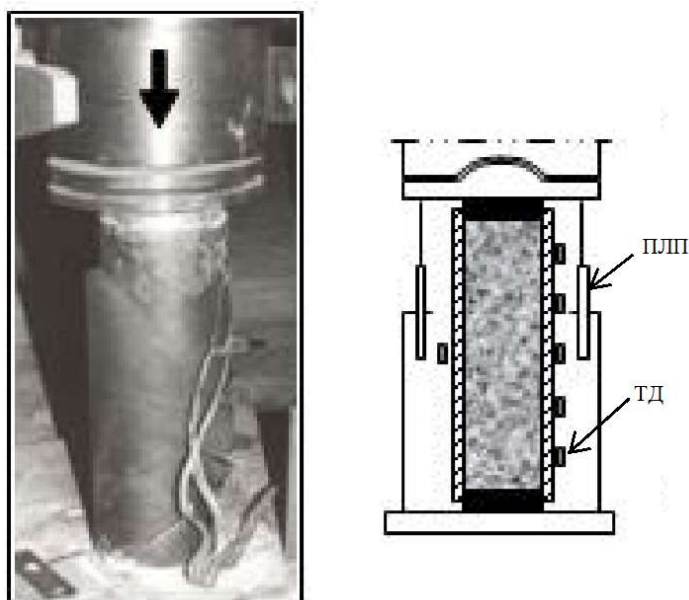


Рисунок 4.8.1.1.5 – Общий вид нагружения бетонной стойки в стальной обойме и схема установки измерительных устройств [86]

4.8.1.2 Анализ результатов

Эксперимент Жиренкова А.Н. [19]

В результате эксперимента было установлено, что деформации более интенсивно развиваются на приопорных участках элементов, в связи с этим при построении графиков учитывались осредненные деформации, измеренные на среднем участке по высоте трубобетонных стоек.

Для сравнения экспериментальных исследований с теоретическими результатами данной работы рассматриваются продольные и поперечные(тангенциальные) деформации стальной трубы и продольные деформации бетонного ядра.

Согласно описанной в параграфе 4.4. методике был произведен расчет трубобетонной стойки с параметрами аналогичными экспериментально испытанным стойкам. В результате расчета получены графики (Рисунки 4.8.1.2.1 – 4.8.1.2.4), описывающие напряженно-деформированное состояние трубобетонной стойки и объединены с осредненными графиками, полученными при проведении эксперимента.

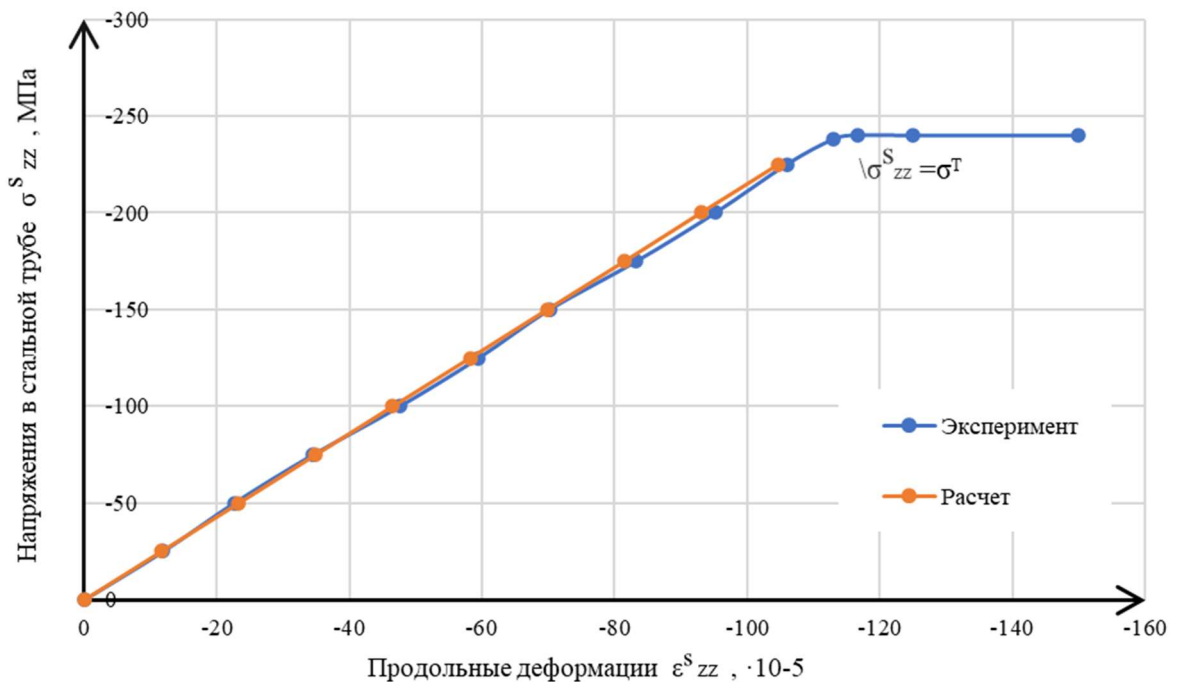


Рисунок 4.8.1.2.1 – Диаграммы продольных деформаций стальной трубы трубобетонного элемента

Согласно диаграмме деформирования стальной трубы (Рисунок 4.8.1.2.1) осевые напряжения $\sigma^s_{zz} \approx 240$ МПа соответствуют пределу текучести стали σ^T . Результаты расчета продольных деформаций трубы при определенном уровне

напряжений (до предела текучести стали) и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.1.

Таблица 4.8.1.2.1 – Результаты расчета продольных деформаций стальной трубы трубобетонной стойки и сравнение с экспериментальными данными

Продольные напряжения в стальной трубе σ_{zz}^s , МПа	Деформации, $\cdot 10^{-5}$		Отклонение расчетных значений от экспериментальных, %
	Эксперимент	Расчет	
-25	-11,9	-11,6	-2,5
-50	-22,6	-23,3	+3,1
-75	-34,5	-34,9	+1,1
-100	-47,6	-46,5	-2,3
-125	-59,5	-58,2	-2,2
-150	-70,2	-69,8	-0,6
-175	-83,3	-81,5	-2,2
-200	-95,2	-93	-2,3
-225	-105,95	-104,7	-1,2

Согласно таблице 4.8.1.2.1 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными, максимальное отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных значений составляет 3,1%.

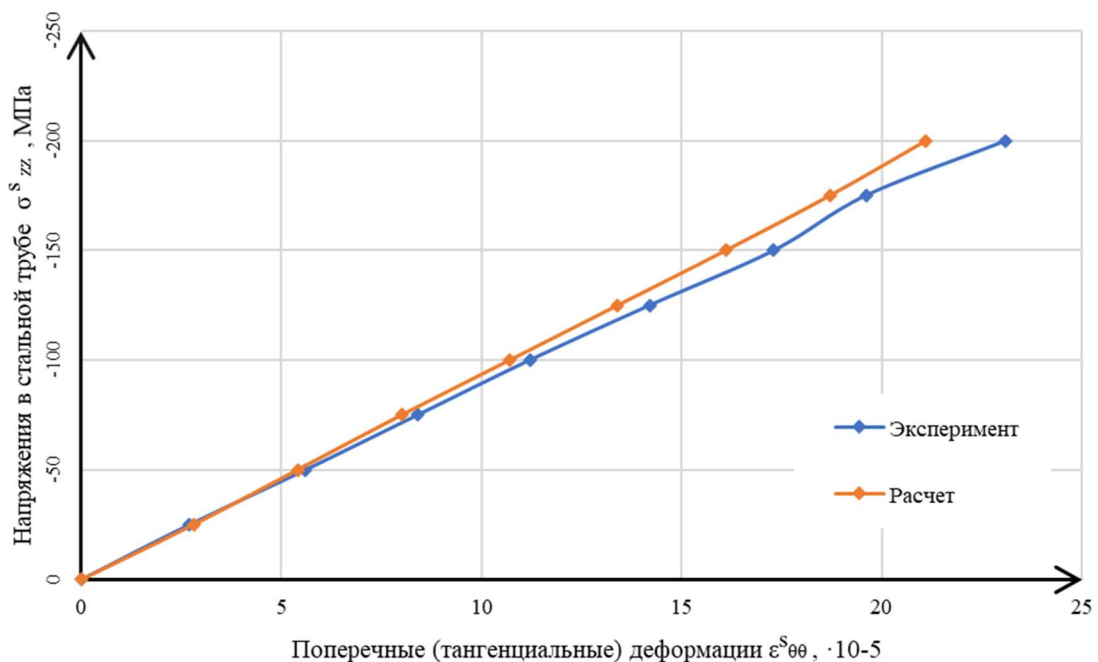


Рисунок 4.8.1.2.2 – Диаграммы поперечных деформаций стальной трубы трубобетонного элемента

Результаты расчета поперечных (тангенциальных) деформаций трубы при определенном уровне напряжений и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.2.

Таблица 4.8.1.2.2 – Результаты расчета поперечных деформаций стальной трубы трубобетонной стойки и сравнение с экспериментальными данными

Продольные напряжения в стальной трубе σ_{zz}^S , МПа	Деформации, $\cdot 10^{-5}$		Отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных, %
	Эксперимент	Расчет	
-25	2,7	2,8	+3,7
-50	5,6	5,4	-3,6
-75	8,4	8,0	-4,8
-100	11,2	10,7	-4,5
-125	14,2	13,4	-5,6
-150	17,3	16,1	-6,9
-175	19,6	18,7	-4,6
-200	23,1	21,1	-8,6

Согласно Таблице 4.8.1.2.2 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными, максимальное отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных значений составляет 8,6%. В работе [19] отсутствуют данные о коэффициенте Пуассона стали, в связи с чем в расчете его величина была принята по нормативной документации [65]. Возможное небольшое несоответствие коэффициента Пуассона стали, принятым в расчете, с фактическим может быть причиной увеличения отклонений расчетных значений поперечных деформаций от экспериментальных с ростом напряжений в трубе.

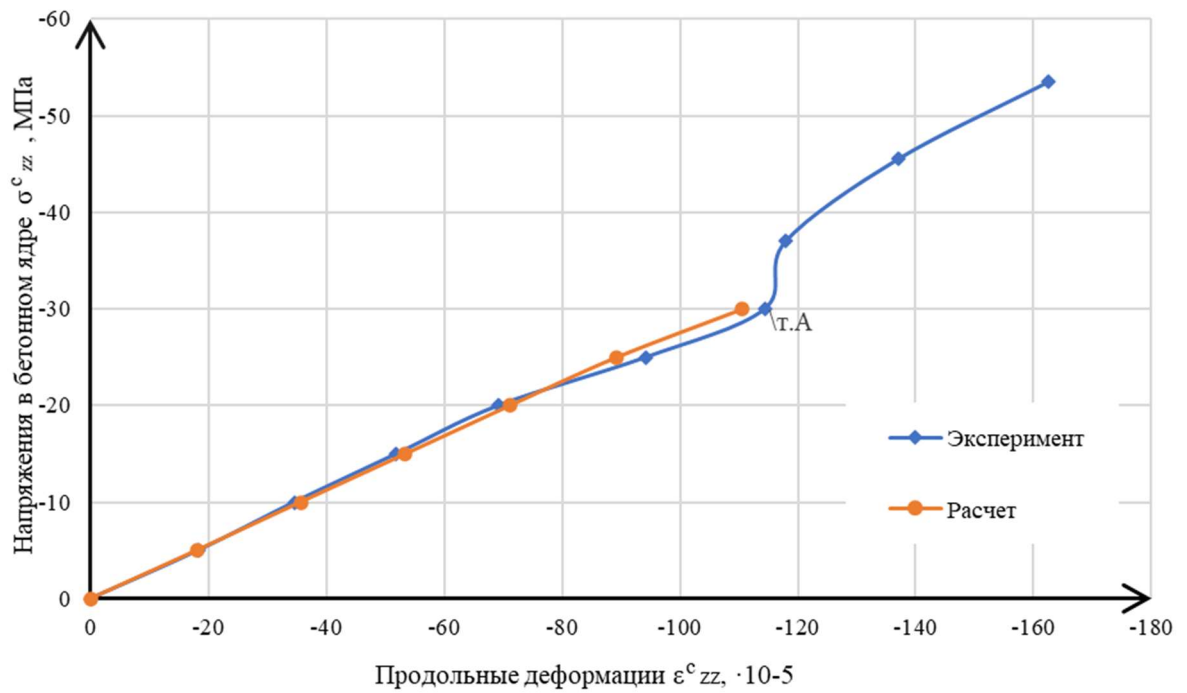


Рисунок 4.8.1.2.3 – Диаграммы продольных деформаций бетонного ядра трубобетонного элемента. (т.А на графике соответствует достижению продольных напряжений в трубе пределу текучести стали ($\sigma^S_{zz} = \sigma^T$))

Результаты расчета продольных деформаций бетонного ядра трубобетонной стойки при определенном уровне напряжений (до достижения в трубе текучести стали) и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.3.

Таблица 4.8.1.2.3 – Результаты расчета продольных деформаций бетонного ядра трубобетонной стойки и сравнение с экспериментальными данными

Продольные напряжения в бетонном ядре σ^c_{zz} , МПа	Деформации, $\cdot 10^{-5}$		Отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных, %
	Эксперимент	Расчет	
-5	-18,3	-18,0	-1,6
-10	-34,6	-35,6	+2,9
-15	-51,9	-53,4	+2,9
-20	-69,2	-71,1	+3,6
-25	-94,2	-89,2	-5,3
-30	-114,4	-110,5	-3,4

Согласно Таблице 4.8.1.2.3 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными, максимальное отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных значений составляет 5,3%.

Также определены величины одновременно действующих осевых напряжений в трубе и бетонном ядре при равных продольных деформациях. Их сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.4.

Таблица 4.8.1.2.4 – Результаты расчета продольных напряжений в бетонном ядре и стальной трубе трубобетонной стойки при равных продольных деформациях и сравнение с экспериментальными данными

Деформации, $\cdot 10^{-5}$	Продольные напряжения в стальной трубе σ_{zz}^S , МПа		Отклонение расчетных значений напряжений σ_{zz}^S от эксперим-ых, %	Продольные напряжения в бетонном ядре σ_{zz}^C , МПа		Отклонение расчетных значений напряжений σ_{zz}^C от эксперим-ых, %
	Эксперимент	Расчет		Эксперимент	Расчет	
-25	-53,8	-53,7	-0,2	-7,3	-7,0	-4,1
-50	-103,8	-107,4	+3,5	-14,5	-14,1	-2,8
-75	-157,7	-161,1	+2,2	-20,9	-21,1	+1,0
-100	-205,8	-215,0	+4,5	-26,4	-27,6	+4,5

Согласно Таблице 4.8.1.2.4 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными, максимальное отклонение расчетных значений напряжений от экспериментальных значений составляет 4,5%.

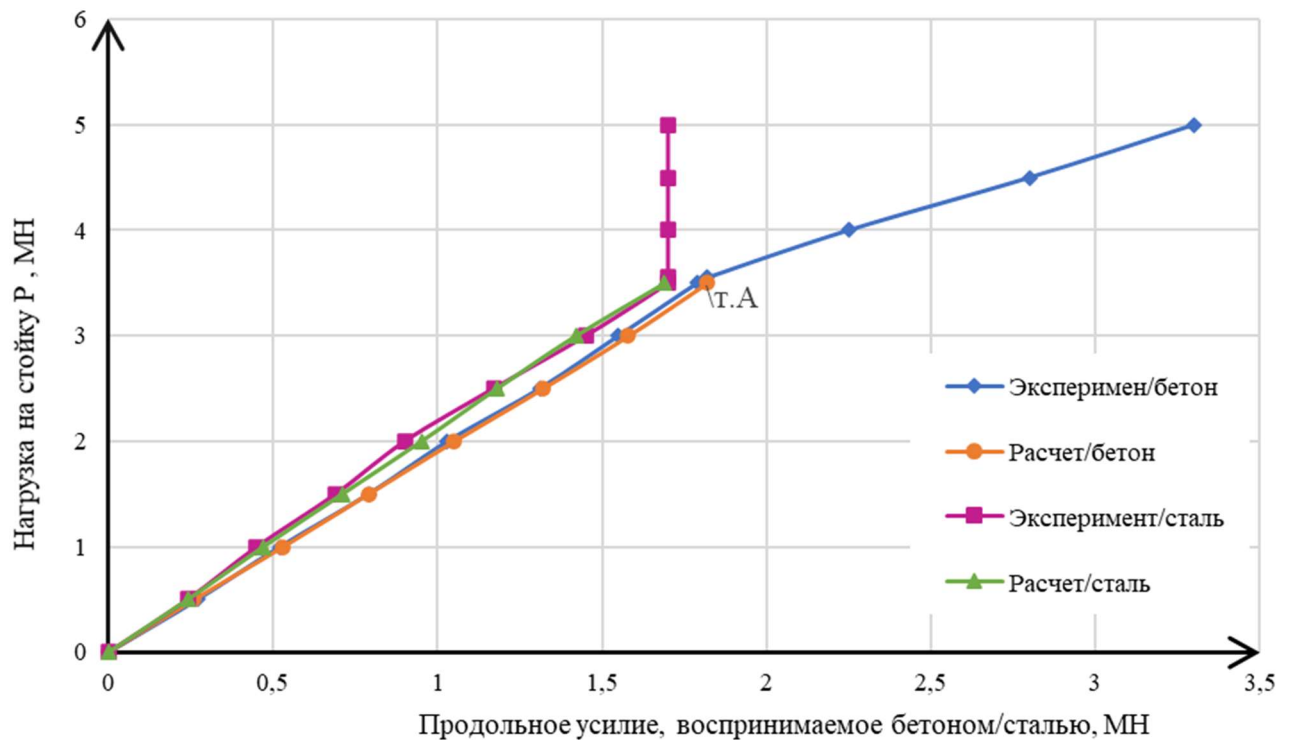


Рисунок 4.8.1.2.4 – Диаграммы продольных усилий, воспринимаемых бетонным ядром и стальной трубой трубобетонного элемента (без учета знака).
(т.А на графике соответствует достижению продольных напряжений в трубе пределу текучести стали ($\sigma_{zz}^S = \sigma^T$))

Результаты расчета продольных усилий, воспринимаемых бетонным ядром и стальной трубой трубобетонной стойки при определенном уровне осевой нагрузки на стойку (до достижения в трубе предела текучести стали) и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.5.

Таблица 4.8.1.2.5 – Результаты расчета продольных усилий, воспринимаемых бетонным ядром и стальной трубой трубобетонной стойки и сравнение с экспериментальными данными

Нагрузка на стойку Р, МН	Сжимающее усилие, воспринимаемое бетоном N ^C , МН		Отклонение расчетных значений N ^C от эксперим-ых, %	Сжимающее усилие, воспринимаемое стальной трубой N ^S , МН		Отклонение расчетных значений N ^S от эксперим-ых, %
	Эксперимент	Расчет		Эксперимент	Расчет	
0,5	0,27	0,26	-3,7	0,24	0,24	0
1	0,52	0,53	+1,9	0,45	0,47	+4,4
1,5	0,79	0,79	0	0,69	0,71	+2,9
2	1,03	1,05	+1,9	0,90	0,95	+5,5
2,5	1,31	1,32	+0,8	1,17	1,18	+0,8
3	1,55	1,58	+1,9	1,45	1,42	-2,1
3,5	1,79	1,82	+1,7	1,70	1,69	-0,6

Согласно Таблице 4.8.1.2.5 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными, максимальное отклонение расчетных значений усилий от экспериментальных значений составляет 5,5%.

В работе [19] автор утверждает, что при нагрузке 3,5МН на трубобетонную стойку ($\sigma_{zz}^S \approx 233$ МПа) происходит местная потеря устойчивости стенки трубы, в результате чего «труба начинает выключаться из работы, и вся нагрузка передается на бетон, что приводит к его разрушению и разрушению образца» [19, с. 158]. Помимо этого, автор делает вывод, что «в трубобетонном элементе круглого поперечного сечения условия объемного напряженного состояния возникают тогда, когда продольные деформации стенок трубы достигают предела текучести, в то время как в поперечном направлении стенки работают в упругой стадии» [19, с. 186]. Таким образом обжатие бетона трубой наблюдалось лишь после выхода стали трубы в текучесть, перераспределения нагрузки на бетон и его разрушения. Полученные результаты экспериментов подтверждают выводы, описанные в главе 2 диссертации, об отрыве стальной трубы от бетонного ядра в традиционных трубобетонных конструкциях и, как следствие, потери устойчивости стенки трубы.

Эксперимент Zhi-wu Yu и др. [100]

Согласно описанной в параграфе 4.4. методике был произведен расчет трубобетонных стоек с параметрами аналогичными экспериментально испытанным стойкам. В результате расчета получены графики (Рисунки 4.8.1.2.5 – 4.8.1.2.8), описывающие напряженно-деформированное состояние трубобетонной стойки и объединены с осредненными графиками, полученными при проведении эксперимента.

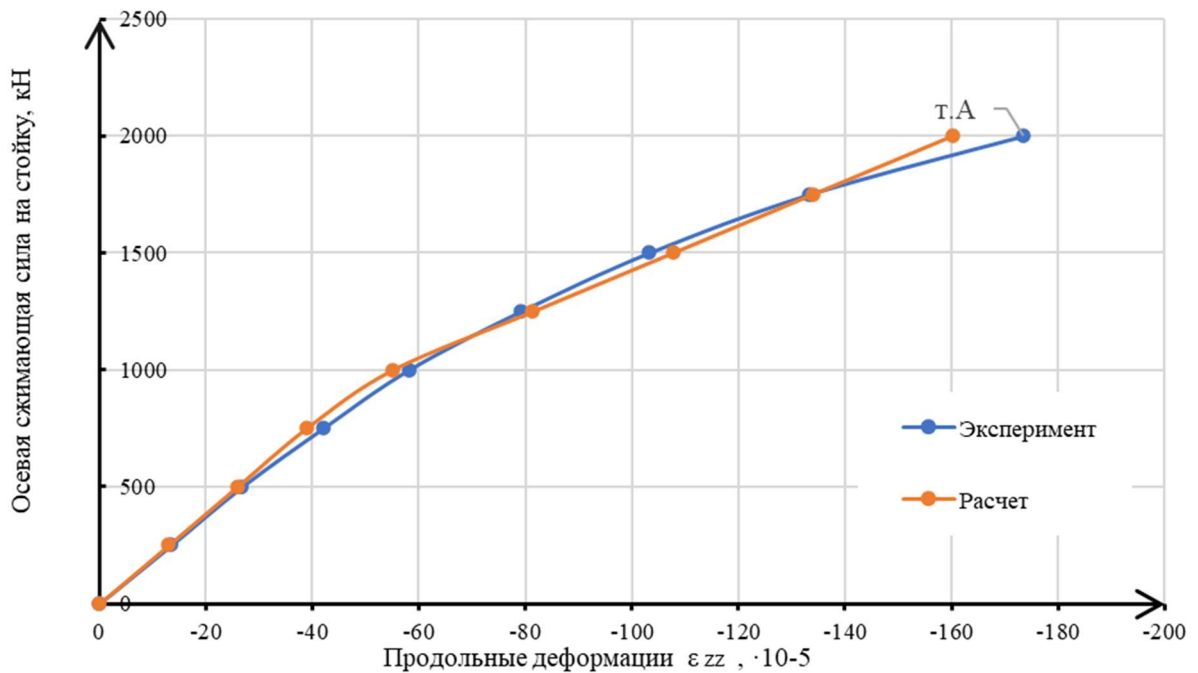


Рисунок 4.8.1.2.5 – Диаграммы продольных деформаций трубобетонного образца «типа 1» (т.А на графике соответствует достижению продольных напряжений в трубе пределу текучести стали ($\sigma_{zz}^S = \sigma^T$))

Результаты расчета продольных деформаций при определенном уровне нагрузки (до предела текучести стали трубы) и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.6.

Таблица 4.8.1.2.6 – Результаты расчета продольных деформаций трубобетонной стойки «типа 1» и сравнение с экспериментальными данными

Осевая сжимающая сила на стойку, кН	Деформации, $\cdot 10^{-5}$		Отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных, %
	Эксперимент	Расчет	
250	-13,5	-13	-3,7
500	-26,8	-25,9	-3,4
750	-42	-38,9	-7,4
1000	-58,1	-55,1	-5,2
1250	-79,1	-81,4	+2,9
1500	-103,2	-107,7	+4,4
1750	-133,3	-133,9	+0,5
2000	-173,5	-160,2	-7,7

Согласно таблице 4.8.1.2.6 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными. Максимальное отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных соответствуют моменту достижения напряжений в трубе предела текучести стали и составляет 7,7%.

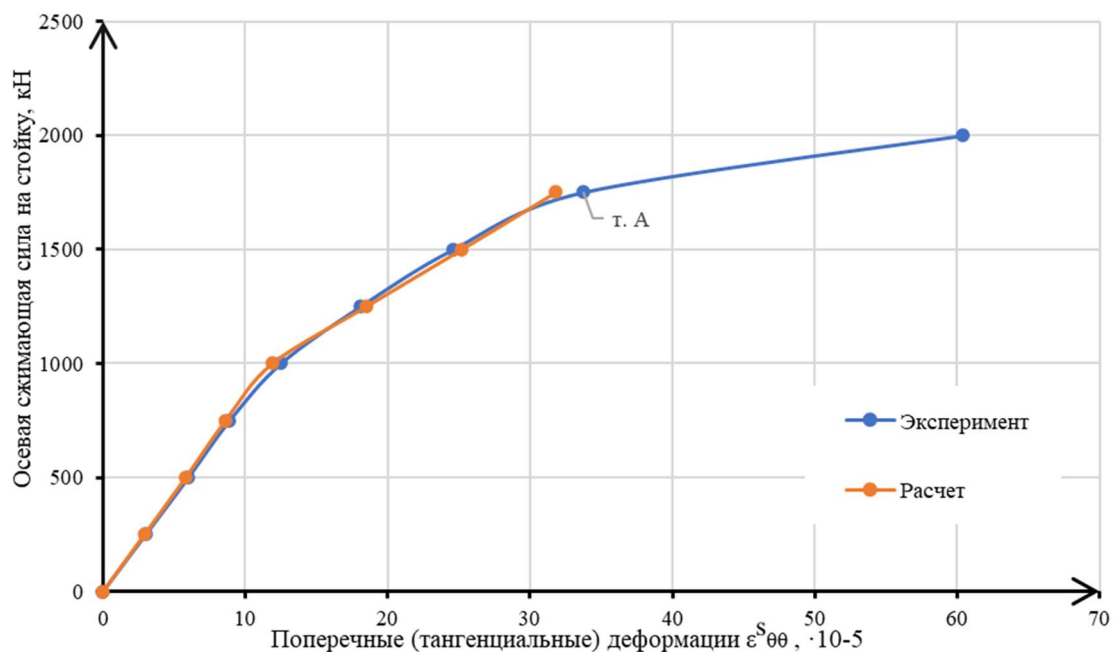


Рисунок 4.8.1.2.6 – Диаграммы тангенциальных деформаций трубобетонного образца «типа 1» (т.А на графике соответствует достижению продольных напряжений в трубе пределу текучести стали ($\sigma_{zz}^S = \sigma^T$))

На Рисунке 4.8.1.2.6 до нагрузки приблизительно равной 1750 кН имеется соответствие экспериментального графика с расчетным, расхождение на последнем этапе связано с приближением материала трубы к состоянию текучести и, по-видимому, с сопутствующей частичной потерей устойчивости стенки трубы.

Результаты расчета тангенциальных деформаций при определенном уровне нагрузки (до предела текучести стали трубы) и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.7.

Таблица 4.8.1.2.7 – Результаты расчета тангенциальных деформаций трубобетонной стойки «типа 1» и сравнение с экспериментальными данными

Осевая сжимающая сила на стойку, кН	Деформации, $\cdot 10^{-5}$		Отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных, %
	Эксперимент	Расчет	
250	3	2,9	-3,3
500	6	5,8	-3,3
750	8,9	8,6	-3,4
1000	12,5	11,9	-4,8
1250	18,1	18,5	2,2
1500	24,6	25,2	2,4
1750	33,7	31,8	-5,6

Согласно таблице 4.8.1.2.7 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными. Максимальное отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных значений (до момента достижения напряжений в трубе предела текучести стали) составляет 5,6%.

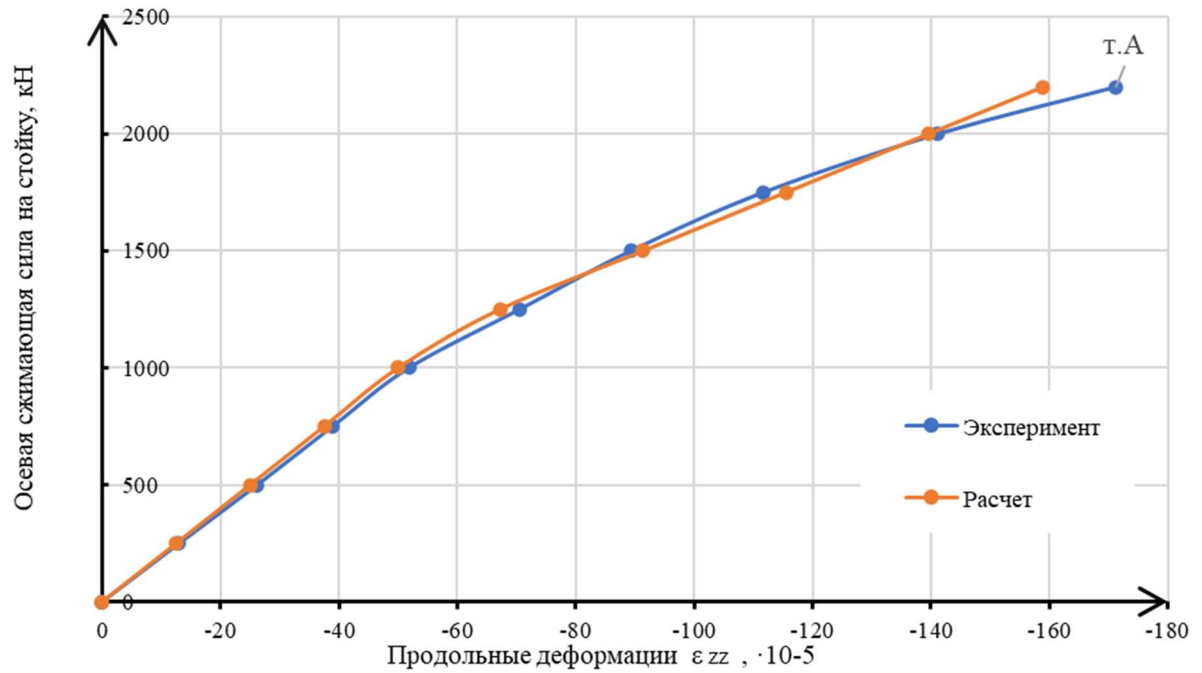


Рисунок 4.8.1.2.7 – Диаграммы продольных деформаций трубобетонного образца «типа 2» (т.А на графике соответствует достижению продольных напряжений в трубе пределу текучести стали ($\sigma_{zz}^S = \sigma^T$))

Результаты расчета продольных деформаций при определенном уровне нагрузки (до предела текучести стали трубы) и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.8.

Таблица 4.8.1.2.8 – Результаты расчета продольных деформаций трубобетонной стойки «типа 2» и сравнение с экспериментальными данными

Осевая сжимающая сила на стойку, кН	Деформации, $\cdot 10^{-5}$		Отклонение расчетных значений деформаций от эксперим-ых, %
	Эксперимент	Расчет	
250	-13	-12,5	-3,8
500	-26,2	-25	-4,6
750	-38,9	-37,5	-3,6
1000	-51,8	-50	-3,5
1250	-70,5	-67,2	-4,7
1500	-89,3	-91,4	2,4
1750	-111,7	-115,5	3,4
2000	-141,2	-139,6	-1,1
2200	-171,2	-158,9	-7,2

Согласно таблице 4.8.1.2.8 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными. Максимальное отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных соответствуют моменту достижения напряжений в трубе предела текучести стали и составляет 7,2%.

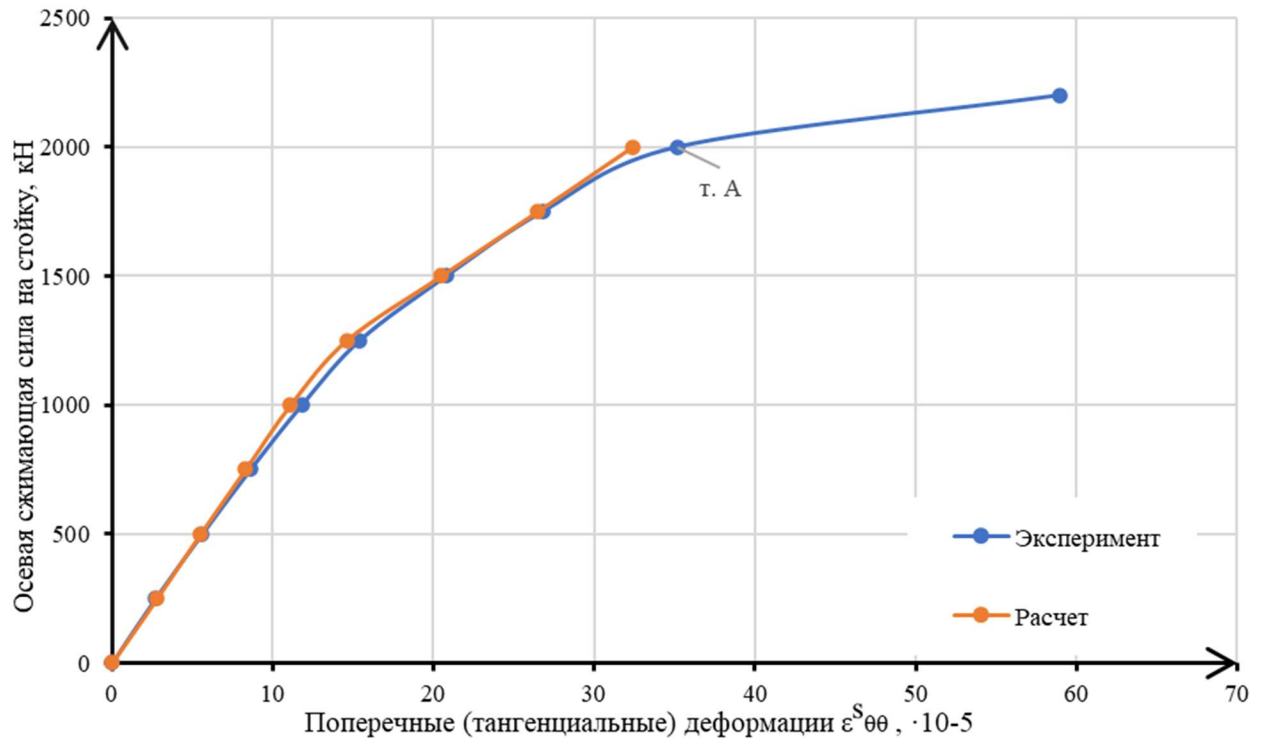


Рисунок 4.8.1.2.8 – Диаграммы тангенциальных деформаций трубобетонного образца «типа 2» (т.А на графике соответствует достижению продольных напряжений в трубе пределу текучести стали ($\sigma_{zz}^S = \sigma^T$))

На Рисунке 4.8.1.2.8 до нагрузки равной 2000кН имеется соответствие экспериментального графика с расчетным, расхождение на последнем этапе связано с приближением материала трубы к состоянию текучести и, по-видимому, с сопутствующей частичной потерей устойчивости стенки трубы.

Результаты расчета тангенциальных деформаций при определенном уровне нагрузки (до предела текучести стали трубы) и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.9.

Таблица 4.8.1.2.9 – Результаты расчета тангенциальных деформаций
трубобетонной стойки «типа 2» и сравнение с экспериментальными данными

Осевая сжимающая сила на стойку, кН	Деформации, $\cdot 10^{-5}$		Отклонение расчетных значений деформаций от экспер-ных, %
	Эксперимент	Расчет	
250	2,7	2,8	3,7
500	5,6	5,5	-1,8
750	8,6	8,3	-3,5
1000	11,8	11,1	-5,9
1250	15,4	14,6	-5,2
1500	20,8	20,5	-1,4
1750	26,8	26,5	-1,1
2000	35,2	32,4	-8

Согласно таблице 4.8.1.2.9 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными. Максимальное отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных значений (до момента достижения напряжений в трубе предела текучести стали) составляет 8%.

В результате нагружения образцов также наблюдалась местная потеря устойчивости стенки трубы в приопорной части у образца «типа 1» и в средней части по высоте у образца «типа 2» (Рисунок 4.8.1.2.9).



Рисунок 4.8.1.2.9 Трубобетонные образцы «типа 1» (слева) и «типа 2» (справа)
после нагружения [100]

В экспериментальных исследованиях других авторов также наблюдалась местная потеря устойчивости стенки стальной трубы (Рисунок 4.8.1.2.10), что подтверждает выводы, описанные в главе 2 данной диссертации, об отрыве стальной трубы от бетонного ядра в традиционных трубобетонных конструкциях и, как следствие, потери устойчивости стенки трубы.



а)

б)

Рисунок 4.8.1.2.10 Местная потеря устойчивости стенки трубы
трубобетонных стоек при испытаниях, проводимых:

а) Т. Екмекюарар и др. [83]; б) G. Giakoumelis и др. [88]

Эксперимент Fuyun Huang и др. [89]

Согласно описанной в параграфе 4.3 методике был произведен расчет бетонной стойки в стальной обойме с параметрами аналогичными экспериментально испытанной стойке. В результате расчета получен график зависимости величины укорочения бетонного ядра, заключенного в стальную трубу-обойму, от величины осевой силы, прикладываемой к нему, и объединен с аналогичным графиком, полученным при проведении эксперимента (Рисунок 4.8.1.2.11).

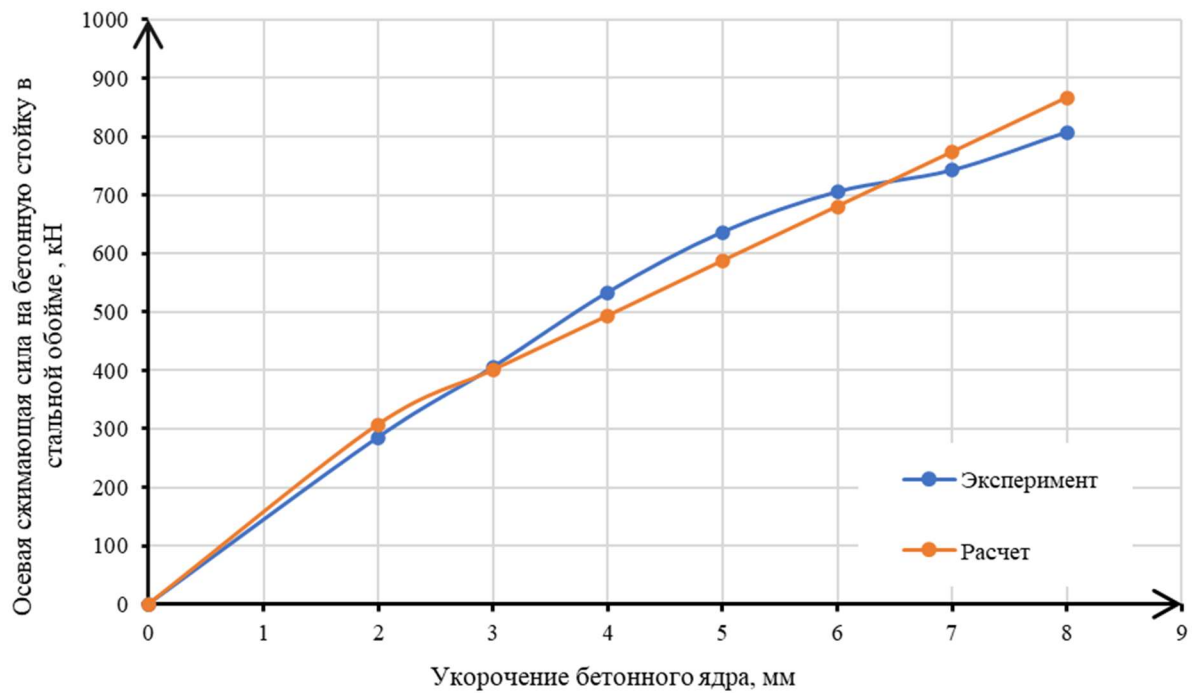


Рисунок 4.8.1.2.11 – Графики укорочения бетонного ядра, заключенного в стальную обойму, в зависимости от величины нагрузки

Результаты расчета осевой сжимающей силы на бетонную стойку в стальной обойме при определенной величине укорочения бетонного ядра и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.10.

Таблица 4.8.1.2.10 – Результаты расчета осевой сжимающей силы на бетонную стойку в стальной обойме и сравнение с экспериментальными данными

Укорочение бетонного ядра, заключенного в стальную обойму, мм	Осевая сжимающая сила на стойку, кН		Отклонение расчетных значений силы от экспериментальных, %
	Эксперимент	Расчет	
2	285	307	+7,7
3	405	400	-1,2
4	533	493	-7,5
5	636	587	-7,7
6	705	680	-3,5
7	742	773	+4,2
8	807	866	+7,3

Согласно таблице 4.8.1.2.10 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными. Максимальное отклонение расчетных значений от экспериментальных составляет 7,7%.

Эксперимент Amir Fam и др. [86]

Согласно описанной в параграфе 4.3 методике был произведен расчет бетонной стойки в стальной обойме с параметрами аналогичными экспериментально испытанной стойке. В результате расчета получен график зависимости величины укорочения бетонного ядра, заключенного в стальную трубу-обойму, от величины осевой силы, прикладываемой к нему, а также график тангенциальных деформаций стальной трубы-обоймы (Рисунки 4.8.1.2.12 – 4.8.1.2.13), которые объединены с аналогичными графиками, полученным при проведении эксперимента.

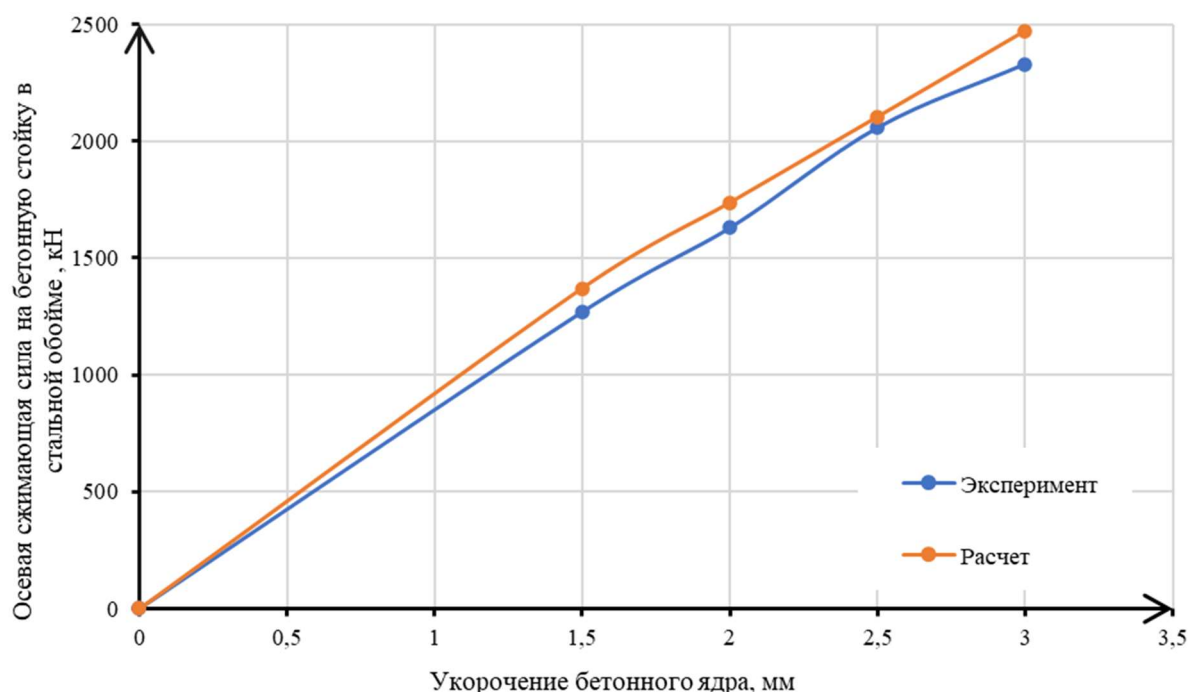


Рисунок 4.8.1.2.12 – Графики укорочения бетонного ядра, заключенного в стальную обойму, в зависимости от величины нагрузки

Результаты расчета осевой сжимающей силы на бетонную стойку в стальной обойме при определенной величине укорочения бетонного ядра и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.11.

Таблица 4.8.1.2.11 – Результаты расчета осевой сжимающей силы на бетонную стойку в стальной обойме и сравнение с экспериментальными данными

Укорочение бетонного ядра, заключенного в стальную обойму, мм	Осевая сжимающая сила на стойку, кН		Отклонение расчетных значений силы от экспериментальных, %
	Эксперимент	Расчет	
1,5	1270	1370	7,9
2	1629	1736	6,6
2,5	2058	2103	2,2
3	2330	2470	6

Согласно таблице 4.8.1.2.11 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными. Максимальное отклонение расчетных значений от экспериментальных составляет 7,9%.

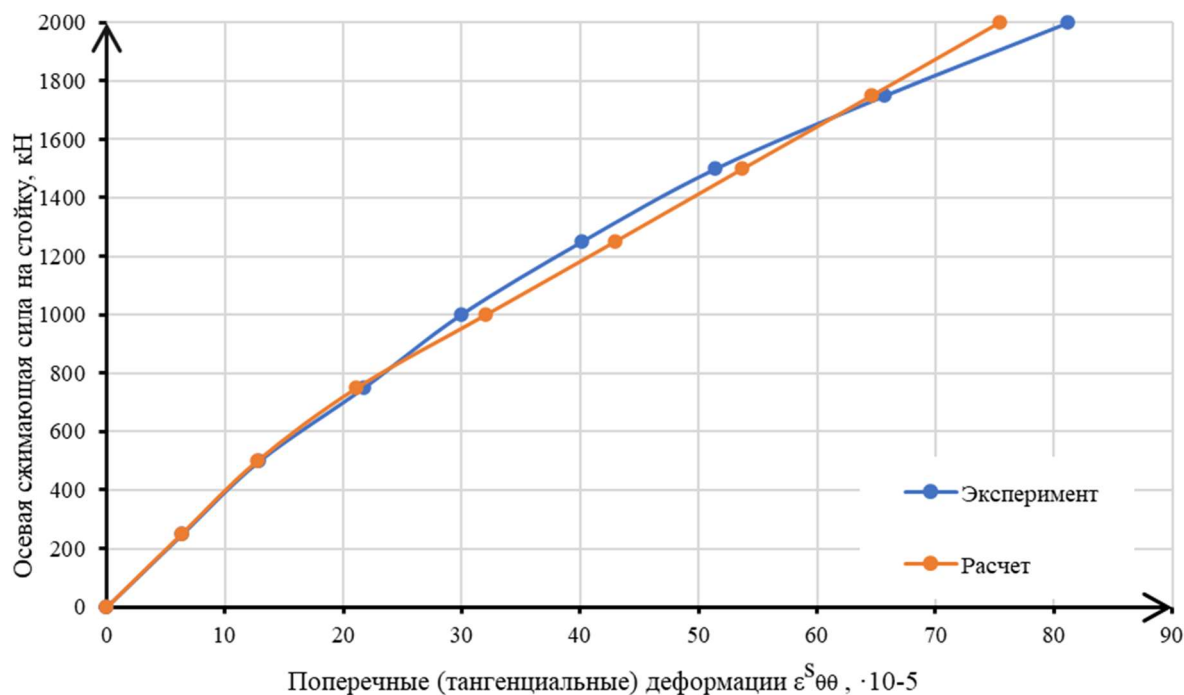


Рисунок 4.8.1.2.13 – Диаграммы тангенциальных деформаций стальной трубы-обоймы

Результаты расчета тангенциальных деформаций при определенном уровне нагрузки и сравнение с экспериментальными данными отражены в Таблице 4.8.1.2.12.

Таблица 4.8.1.2.12 – Результаты расчета тангенциальных деформаций стальной трубы-обоймы и сравнение с экспериментальными данными

Осевая сжимающая сила на стойку, кН	Деформации, $\cdot 10^{-5}$		Отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных, %
	Эксперимент	Расчет	
250	6,4	6,3	-1,6
500	12,9	12,7	-1,6
750	21,7	21,1	-2,8
1000	29,9	32	7
1250	40,1	42,9	7
1500	51,4	53,7	4,5
1750	65,7	64,6	-1,7
2000	81,2	75,4	-7,1

Согласно таблице 4.8.1.2.12 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными. Максимальное отклонение расчетных значений деформаций от экспериментальных значений составляет 7,1%.

Расчет предварительно напряженной трубобетонной стойки предполагает использование результатов моделирования пространственной работы бетонной стойки в стальной обойме и традиционной трубобетонной стойки. Проведенное сравнение результатов расчета бетонной стойки в стальной обойме и традиционной трубобетонной стойки, по полученной в данной диссертации методике, с результатами экспериментальных исследований указывает на достоверность предложенной методики расчета. Для более обширного анализа достоверности результатов данного диссертационного исследования проведем численное экспериментальное исследование методом конечных элементов предварительно напряженной трубобетонной стойки в следующем параграфе.

4.8.2 Сопоставление результатов расчета с результатами численного эксперимента

В данном параграфе при помощи метода конечных элементов выполнен проверочный расчет предварительно напряженной трубобетонной стойки. Моделирование и расчет предварительно напряженной трубобетонной стойки производится с использованием программного комплекса в области конечно-элементных вычислений «Abaqus» (Dassault Systèmes SIMULIA Corp., USA).

Проверочный расчет производится для стойки со следующими параметрами. Геометрические параметры: высота $h=3\text{м.}$, радиусы сечения $R_{вн}=0,253\text{м.}$, $R_{н}=0,265\text{м}$ (внешний диаметр трубы 530 мм, стенка 12 мм), выступ бетонного ядра $d=0,005\text{м.}$ Материалы стойки: бетон В35, сталь С245. Касательные модули деформации бетона принимаем по аппроксимированной расчетной диаграмме Н.И. Карпенко (Рисунок 4.1.1): $E^C = 26667\text{МПа}$, $E_1^C = 5160\text{МПа}$. Модуль деформации стали $E^S = 206000\text{МПа}$. Коэффициенты Пуассона бетона и стали соответственно: $\nu^C = 0,2$, $\nu^S = 0,3$.

В связи с осесимметричностью задачи используются осесимметричные конечные элементы, разбиение которыми представлено на рисунке 4.8.2.1 на плоскости продольно-радиального сечения. Плоскость, ограниченная продольной осью симметрии стойки с одной стороны и осью боковой грани стойки с другой стороны, разбивается на конечные элементы с квадратным сечением с размером стороны: 10,12 мм. в бетонной части стойки, 6 мм. в стальной трубе (Рисунок 4.8.2.1). Пространственный вид модели получается путем вращения плоскости (Рисунок 4.8.2.1) вокруг оси симметрии стойки (Рисунок 4.8.2.2).

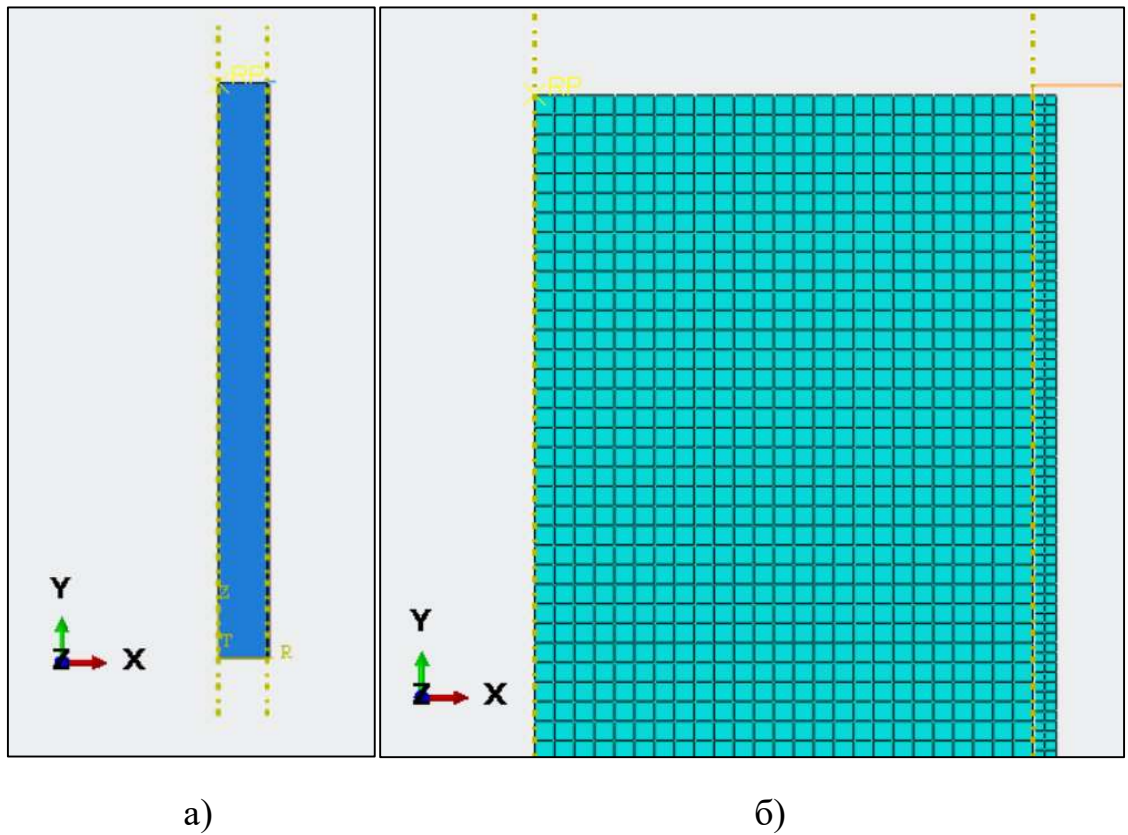


Рисунок 4.8.2.1 – а) общий вид плоскости продольно-радиального сечения стойки в ПК «Abaqus»; б) фрагмент плоскости, разбитый на конечные элементы

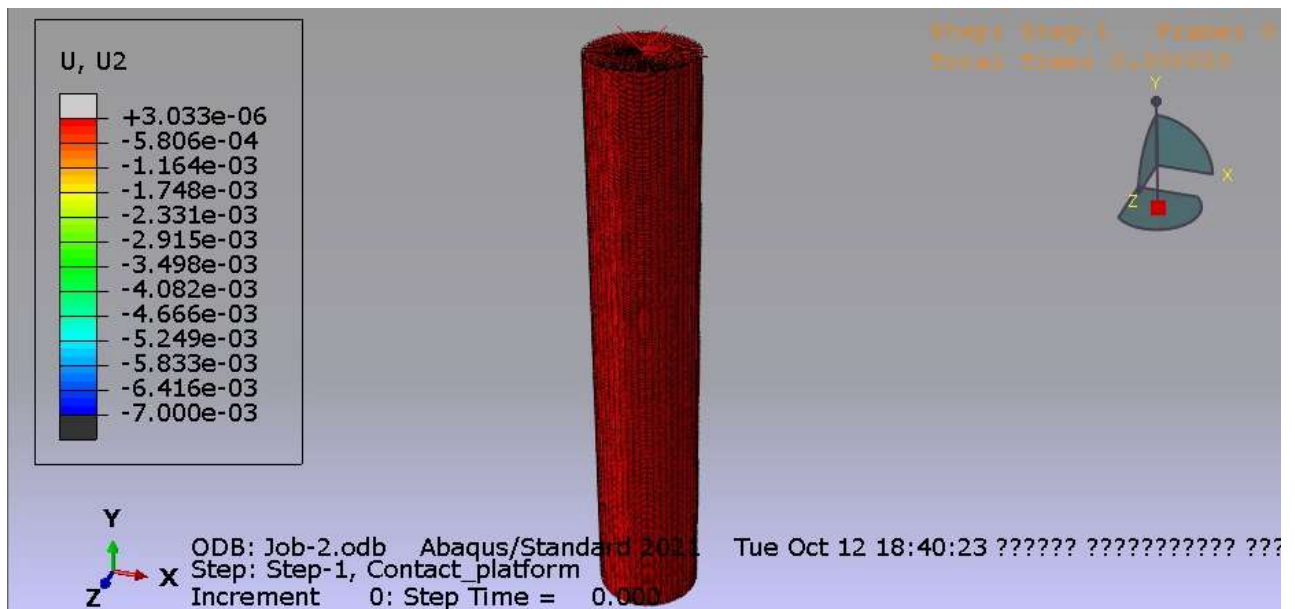


Рисунок 4.8.2.2 – Пространственный вид расчетной модели в ПК «Abaqus»

С целью избежания краевых эффектов от задира выступа бетонного ядра при прикладывании к нему нагрузки (данная проблема может быть решена при помощи усиления оголовка стойки (Рисунок 3.4.2)) нагружающая платформа имеет ступенчатую форму с высотой ступени $d=0,005\text{м}$ над стенкой трубы (Рисунок 4.8.2.3). Такая форма нагружающей платформы обеспечивает приложение нагрузки сначала только на бетонное ядро, а далее, после перемещения точек верхнего торца бетонного ядра вниз на $d=0,005\text{м}$, и на стальную трубу.

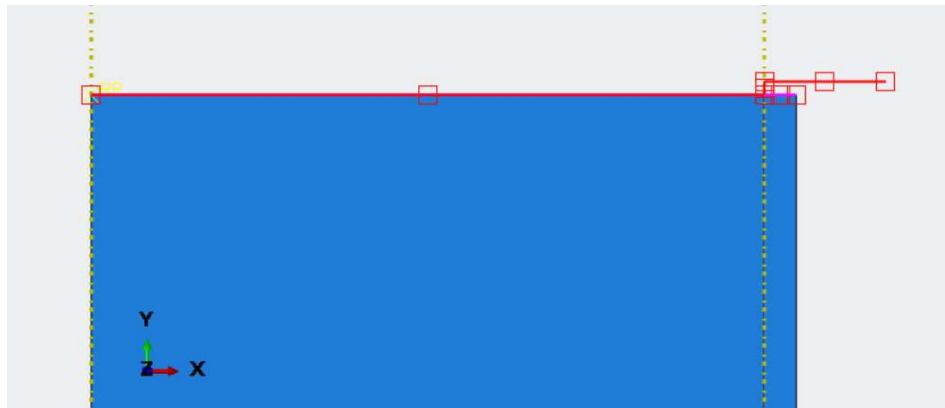


Рисунок 4.8.2.3 – Верхний торец плоскости продольно-радиального сечения и нагружающая платформа (красная линия)

Взаимодействие боковой поверхности бетонного цилиндра с внутренней поверхностью стальной трубы задавалось как контактная задача между двумя поверхностями с отсутствием силы трения между ними. Краевые условия моделируются путем задания жесткого закрепления нижнего торца стойки (Рисунок 4.8.2.4).



Рисунок 4.8.2.4 – Закрепление нижнего торца стойки

Нагружение модели задается через перемещения платформы вниз с автоматическим шагом, на каждом шаге вычисляется величина реактивной силы со стороны верхнего торца стойки и величина давления взаимодействия бетона и стали в радиальном направлении на их контакте. На Рисунках 4.8.2.5 – 4.8.2.6 представлена пространственная модель стойки в процессе загрузки с изополями осевых перемещений, значения перемещений на цветовой шкале приведены в метрах. Значения величин осевой нагрузки и соответствующие величины давления обжатия бетона, определенные при численном решении с помощью программного комплекса «Abaqus» и аналитическим решением по зависимостям, представленным в параграфе 4.5, представлены в Таблице 4.8.2.1.

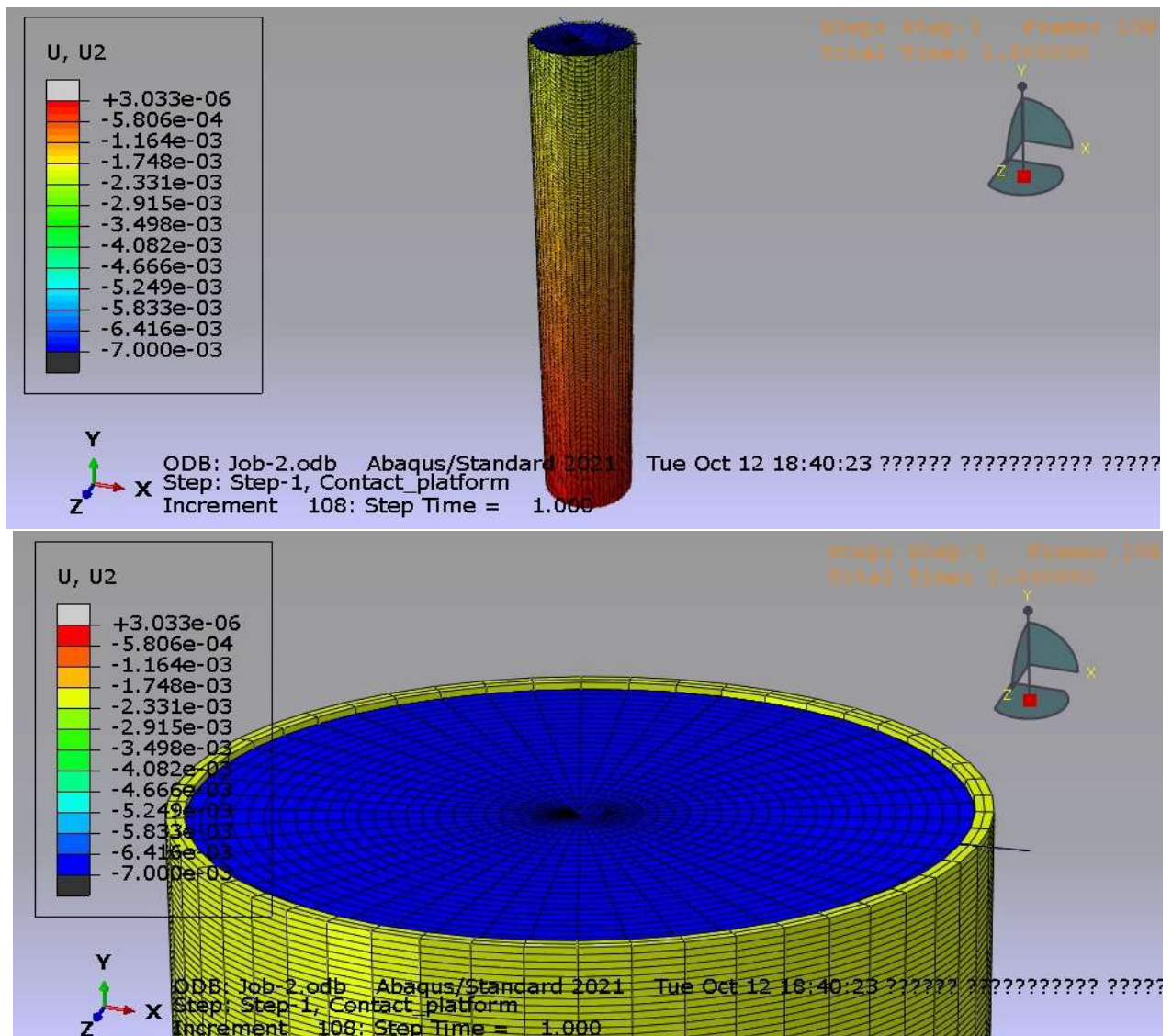


Рисунок 4.8.2.5 – Пространственный вид расчетной модели в ПК «Abaqus» с изополями перемещений после загрузки

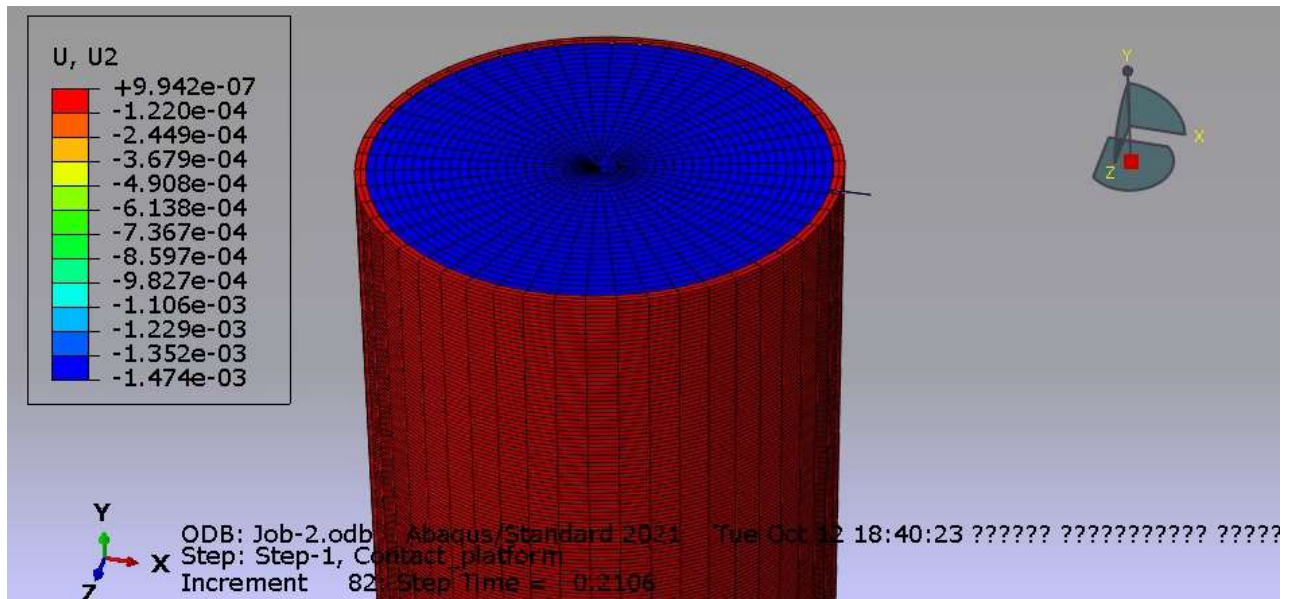


Рисунок 4.8.2.6 – Пространственный вид расчетной модели в ПК «Abaqus» с изополями перемещений в процессе загрузки на стадии 1 работы стойки (приложение нагрузки только к бетонному ядру)

Для описания пространственной работы предварительно напряженной трубобетонной стойки и сравнение результатов с аналитическим решением исследуется график зависимости давления обжатия бетона трубой от величины осевой силы (Рисунок 4.8.2.7).

Таблица 4.8.2.1 – Результаты расчета предварительно напряженной трубобетонной стойки, сравнение с экспериментальными данными

Осевая сжимающая сила на стойку P , МН	Давление радиального обжатия бетона p_0 , МПа		Отклонение расчетных значений p_0 от эксперим-ых, %
	Численный эксперимент	Аналитический расчет	
0,64	0,175	0,175	0
1,28	0,35	0,35	0
1,6	0,44	0,44	0
1,92	0,52	0,53	+1,9
2	0,55	0,55	0
2,11	0,58	0,58	0
2,2	0,53	0,54	+1,9
2,3	0,47	0,48	+2,1

Осевая сжимающая сила на стойку Р, МН	Давление радиального обжатия бетона p_0 , МПа		Отклонение расчетных значений p_0 от эксперим-ых, %
	Численный эксперимент	Аналитический расчет	
2,4	0,42	0,42	0
2,5	0,44	0,45	+2,3
2,67	0,57	0,58	+1,8
3,05	0,85	0,86	+1,2
3,31	1,04	1,05	+1
3,7	1,32	1,34	+1,5
3,98	1,37	1,34	-2,2
4,57	1,32	1,3	-1,5
5,17	1,27	1,25	-1,6
5,76	1,22	1,2	-1,6
6,36	1,17	1,15	-1,7
6,95	1,12	1,1	-1,8
6,97	1,12	1,1	-1,8

По значениям из Таблицы 4.8.2.1 построены графики (Рисунок 4.8.2.7)

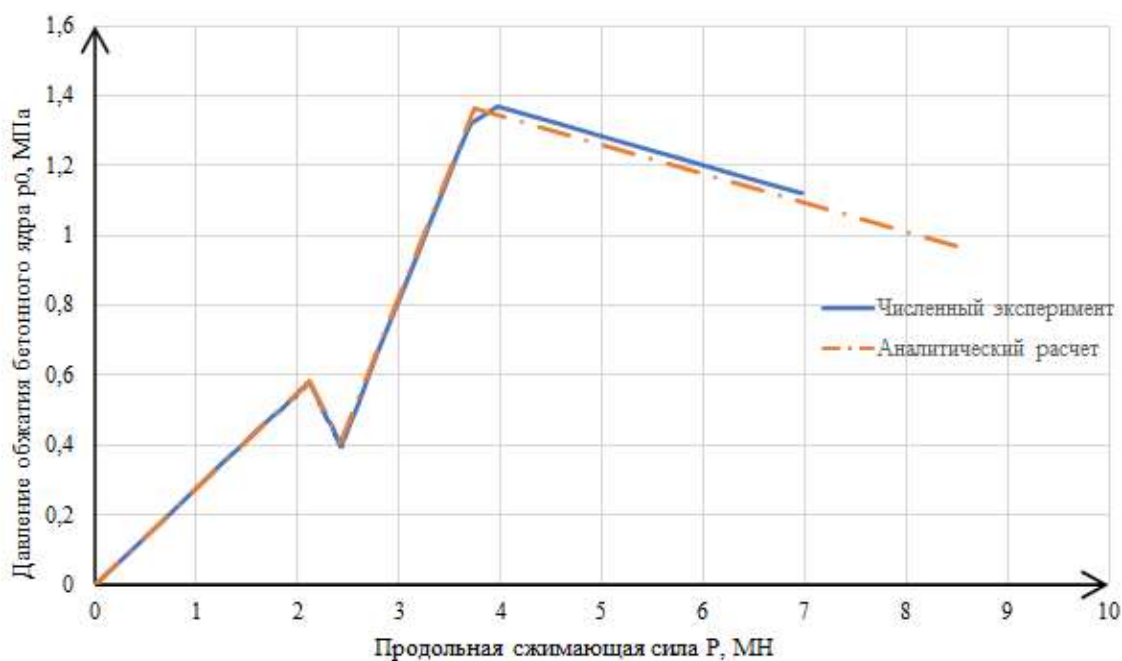


Рисунок 4.8.2.7 – Графики изменения давления обжатия бетона предварительно напряженной трубобетонной стойки

Согласно Таблице 4.8.2.1 данные, полученные расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными, максимальное отклонение расчетных значений от экспериментальных значений составляет 2,3%.

Выводы к главе 4

1. Предложены определяющие соотношения, описывающие пространственное напряженно-деформированное состояние бетона в составе трубобетонных конструкций с учетом нелинейности диаграммы деформирования бетона.
2. Получены формулы, позволяющие провести пространственный расчет бетонной стойки в стальной обойме и предварительно напряженной трубобетонной стойки с учетом нелинейности диаграммы деформирования бетона.
3. Учет нелинейности диаграммы деформирования бетона приводит к увеличению расчетной несущей способности на 30-50% для бетонной стойки в стальной обойме и на 14-18% для предварительно напряженной трубобетонной стойки в зависимости от размеров сечения и толщины стенки трубы.
4. Представлена методика расчета внецентренно сжатой предварительно напряженной стойки, что является наиболее частым случаем работы стоек транспортных сооружений.
5. Представлен пример проектирования предварительно напряженной трубобетонной стойки многоуровневых железнодорожных путей, объединенных с метрополитеном, по предложенной автором методике. С целью сравнения подобраны также традиционная трубобетонная и классическая железобетонная стойки по существующим нормативным методикам, расход стали в которых превышает расход стали предварительно напряженной трубобетонной стойки. Себестоимость предварительно напряженной стойки оказалась на 12% ниже себестоимости традиционной трубобетонной стойки.
6. Предварительно напряженные трубобетонные стойки являются перспективными конструкциями стоек транспортных сооружений, и для их развития и внедрения требуется разработка соответствующей нормативной документации.
7. Произведено сравнение результатов расчета трубобетонных стоек с экспериментальными данными и численным экспериментом. Данные, полученные

расчетным путем, сопоставляются с экспериментальными данными, максимальное отклонение расчетных значений от экспериментальных составляет: 7,7% для продольных деформаций стальной трубы, 8,6% для тангенциальных деформаций стальной трубы, 5,3% для продольных деформаций бетонного ядра, 7,9% для нагрузки на бетонное ядро, 4,5% для осевых напряжений в бетонном ядре и в стальной трубе, 5,5% для усилий, воспринимаемых стальной трубой и 3,7% для усилия, воспринимаемого бетонным ядром. Максимальное расхождение данных, полученных по предложенной в диссертации методике расчета, с результатами численного эксперимента – 2,3%.

8. Полученные результаты экспериментов подтверждают выводы, описанные в главе 2 диссертации, об отрыве стальной трубы от бетонного ядра в традиционных трубобетонных конструкциях и, как следствие, потере устойчивости стенки трубы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках диссертационного исследования в соответствии с основной целью разработана и представлена методика расчета предварительно напряженных конструкций трубобетонных стоек транспортных сооружений по результатам моделирования их напряженно-деформированного состояния.

1. Активное применение трубобетонных стоек сдерживается следующими существующими проблемами: сложность обеспечения совместной работы бетона и стальной трубы (отрыв бетонного сердечника от поверхности трубы); отсутствие единой общепринятой методики расчета трубобетонных конструкций, отражающей особенности пространственной работы.

2. Необходимость совершенствования конструкций трубобетонных элементов транспортных сооружений вызвана повышенным уровнем внецентренно приложенных нагрузок по сравнению с конструкциями гражданских зданий.

3. Получены формулы, позволяющие провести пространственный расчет традиционной трубобетонной стойки, выведена формула определения напряжений взаимодействия стальной трубы и бетонного ядра традиционной трубобетонной стойки, согласно которой стальная оболочка стремится оторваться от бетонного цилиндра, что связано с разностью коэффициентов Пуассона стали и бетона. Бетонное ядро работает на растяжение в радиальном направлении, а значит эффект обжатия не реализуется. Помимо этого, в результате отрыва стальной трубы от бетонного ядра, возникает опасность местной потери устойчивости стенки трубы, что ведет к снижению несущей способности всей конструкции. Факт растяжения бетона трубой в поперечном направлении с последующим ее отрывом наблюдался при эксплуатации реальных конструкций, а также в экспериментальных исследованиях многих авторов, что подтверждает теоретические исследования, представленные в данной диссертации.

4. Предложены конструкции бетонной стойки в стальной обойме, бетонной стойки в стальной обойме с внутренней несущей трубой, бетонной

стойки в композитной обойме, предварительно напряженной трубобетонной стойки. Рассмотрен пример проектирования стойки многоуровневых железнодорожных подъездных путей, объединенных со станцией метрополитена, подобрана предварительно напряженная трубобетонная стойка. Себестоимость предварительно напряженной стойки оказалась на 12% ниже себестоимости традиционной трубобетонной стойки.

5. В результате моделирования напряженно-деформированного состояния предложенных улучшенных трубобетонных конструкций получены формулы, позволяющие провести их пространственный расчет. При работе таких стоек на бетон действуют силы обжатия со стороны трубы, что, как показывают опыты исследователей, оказывает положительное влияние на повышение прочности бетонного ядра. Среди рассмотренных вариантов конструкций предварительно напряженная трубобетонная стойка обладает большей несущей способностью.

6. Произведено сравнение результатов расчета трубобетонных стоек с экспериментальными данными и результатами численного эксперимента. Максимальное расхождение данных, полученных по предложенной в диссертации методике расчета, с экспериментальными данными составило 8,6%, с результатами численного эксперимента – 2,3%.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

Дальнейшие исследования целесообразно продолжить в направлениях: изучение вопросов общей устойчивости трубобетонных стоек; исследования ползучести бетонного ядра трубобетонных стоек; учет многократности повторения и динамичности нагрузки при моделировании трубобетонных элементов конструкций транспортных сооружений; разработка конструктивных узлов сопряжения трубобетонных стоек со смежными несущими конструкциям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдримова, М. Вокзалы ждёт эпоха Ренессанса / М. Абдримова // Гудок, 2019. – Вып. № 171 (26780). – URL: <https://www.gudok.ru/newspaper/?ID=1477528&archive=2019.09.19> (дата обращения: 01.06.2021).
2. Аистов, Н. Н. Испытание статической нагрузкой строительных конструкций, их элементов и моделей / Н. Н. Аистов. – М.: Изд-во Наркомхоза РСФСР, 1938. – 230 с.
3. Алперина, О. Н. Исследование сжатых железобетонных элементов с поперечным армированием / О. Н. Алперина // Труды ВНИИ транспортного строительства. – 1960. – Вып. 36. – С. 118-150.
4. Антверпен-Центральный: Википедия. Свободная энциклопедия. – URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Антверпен-Центральный> (дата обращения: 01.06.2021).
5. Астафьева, М. А. Прочность сталетрубобетонных колонн со спиральным армированием бетона: Дисс. канд. техн. наук / М. А Астафьева. – Ростов-на-Дону, 2019. – 143 с.
6. Аткишкин, И. В. Длительная прочность сжатых трубобетонных элементов с внутренним стальным сердечником: Дисс.... канд. техн. наук / И. В. Аткишкин. – МГТУ им. Г.И. Носова, Магнитогорск, 2006. – 150 с.
7. Берг, О. Я. Исследование напряженного и деформированного состояния бетона при трехосном сжатии / О. Я. Берг, Г. Г. Соломенцев // Труды Всесоюзного НИИ транспорта, строительства. – 1969. – Вып. 70. – С. 106-123.
8. Галагура, Е. И. Напряженно-деформированное состояние сталебетонных колонн при различных схемах нагружения: Дисс. ... канд. техн. наук / Е. И. Галагура. – Харьков, 2008. – 120 с.
9. Гамбаров, Г. А. Исследование работы спирально армированных и трубобетонных элементов под воздействием центрального сжатия: Автореф. дисс.. канд. техн. наук / Г. А. Гамбаров. – М., 1962. – 27 с.

10. Гареев, М. Ш. Прочность сжатых сталетрубобетонных элементов с предварительно обжатым ядром: Дисс. ... канд. техн. наук / М. Ш. Гареев. – Магнитогорск, 2004. – 161 с.
11. Гвоздев, А. А. Определение величины разрушающей нагрузки для статически неопределимых систем / А. А. Гвоздев // Проект и стандарт. – 1934. – № 8. – С. 10-16.
12. Гвоздев, А. А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия / А. А. Гвоздев. – М.: Госстройиздат, 1949. – 280 с.
13. Гнедовский, В. И. Косвенное армирование железобетонных конструкций / В. И. Гнедовский. – Л.:Стройиздат, 1981. – 127 с.
14. Горынин, Г. Л. Пространственные задачи изгиба и кручения слоистых конструкций. Метод ассимптотического расщепления / Г. Л. Горныин, Ю. В. Немировский. – Новосибирск: Наука, 2004. – 409 с.
15. Добудогло, Н. Г. Теоретически-экспериментальное исследование работы металлических труб, заполненных бетоном: Научно-технический отчет / Н. Г. Добудогло. – М.: ЦНИИПС, 1933.
16. Долженко, А. А. Исследование сопротивления трубобетона осевому сжатию / А. А. Долженко // Теория сооружений и конструкций. Труды Воронежского ИСИ. – 1964. – Вып. 1. – С. 3-23.
17. Долженко, А. А. К теории расчета трубобетона / А. А. Долженко // Теория сооружений и конструкций. Труды Воронежского ИСИ. – 1964. – Вып. 1. – С. 24-33.
18. Долженко, А. А. Трубчатая арматура в железобетоне: Дисс. ... докт. техн. наук / А. А. Долженко. – М., 1967. – 413 с.
19. Жиренков, А. Н. Деформирование и прочность обычного тяжелого бетона при сложном напряженном состоянии: Дисс. канд. техн. наук / А. Н. Жиренков. – МГОУ, Москва, 2009. – 205 с.
20. Карпенко, Н. И. Об одной характерной функции прочности бетона при трехосном сжатии / Н. И. Карпенко // Строительная механика и расчет сооружений. – 1982. – № 2. – С. 33-36.

21. Карпинский, В. И. Бетон в предварительно напряженной спиральной обойме / В. И. Карпинский. – М.: ЦНИИС, 1961. – 124 с.
22. Катаев, В. А. Теоретическое исследование и расчет трубобетонных стержней / В. А. Катаев // Бетон и железобетон. – 1993. – № 2. – С. 26-28.
23. Кебенко, В. Н. Оптимизация параметров сжатых и внецентренно-сжатых трубобетонных элементов и конструкций: Автореферат дисс. ... канд. техн. наук / В. Н. Кебенко. – Л., 1982. – 24 с.
24. Кикин, А. И. Конструкции из стальных труб, заполненных бетоном / А. И. Кикин, Р. С. Санжаровский, В. А. Труль. – М.: Стройиздат, 1974. – 144 с.
25. Кикин, А. И. К проблеме прочности стальных труб, заполненных бетоном / А. И. Кикин, Р. С. Санжаровский, В. А. Труль. // Строительство и архитектура. Известия вузов. – 1974. – №6. – С. 3-7.
26. Коврыга, С. В. Прочность и деформативность при осевом сжатии стальных труб, заполненных высокопрочным бетоном.: Дисс.... канд. техн. наук / С. В. Коврыга. – НИИЖБ, Москва, 1992. – 149 с.
27. Кришан, А. Л. Прочность трубобетонных колонн с предварительно обжатым яром: Дисс. док. техн. наук / А. Л. Кришан. – МГТУ им. Г.И. Носова, Магнитогорск, 2011. – 380 с.
28. Кришан, А. Л. Определение разрушающей нагрузки сжатых трубобетонных элементов / А. Л. Кришан, А. И. Заикин, М. С. Купфер // Бетон и железобетон. – 2008. – № 2. – С. 22-25.
29. Кришан, А. Л. Сжатые трубобетонные элементы. Теория и практика: монография / А. Л. Кришан, В. И. Римшин, М. А. Астафьева // М.: Издательство АСВ, 2020. – 322 с.
30. Кузнецов, К. С. Прочность трубобетонных колонн с предварительно обжатым ядром из высокопрочного бетона: Дисс. канд. техн. наук / К. С. Кузнецов. – МГТУ им. Г.И. Носова, Магнитогорск, 2007. – 152 с.
31. Кузнецова, Е. Е. Расчет и конструкция трубобетонных элементов в мостах: Автореф. дисс. канд. техн. наук / Е. Е. Кузнецова. – Москва, 1993. – 17 с.

32. Липатов, А. Ф. Исследование прочности трубобетонных элементов мостовых конструкций: Дисс. ...канд. техн. наук / А. Ф. Липатов. – М., 1954. – 242 с.
33. Липатов, А. Ф. Исследование прочности трубобетонных элементов / А. Ф. Липатов // Труды ЦНИИСа. – 1956. – Вып. 19. – С. 251-298.
34. Лопатто, А. Э. О свойствах бетона, твердеющего в замкнутой обойме и жесткости трубобетонных элементов / А. Э. Лопатто // Строительные конструкции. – Киев: Будивельник, 1973. – Вып. XXI. – С. 232-234.
35. Лукша, Л. К. Прочность трубобетона / Л. К. Лукша. – Минск.: Высшая школа, 1977. – 96 с.
36. Людковский, И. Г. Особо прочные элементы, воспринимающие значительные сосредоточенные нагрузки / И. Г. Людковский, Ю. С. Волков // Прочность и деформативность бетона и специальных железобетонных конструкций. – НИИЖБ. – М.: Издательство литературы по строительству, 1972. – С. 61-67.
37. Людковский, И. Г. Основы расчета и конструирования специальных железобетонных конструкций (несущие элементы машин, высоконапорные сосуды): Дисс. ...докт. техн. наук / И. Г. Людковский. – М., 1970. – 191 с.
38. Людковский, И. Г. Применение железобетона в тяжелом прессостроении и машиностроении: Доклад / И. Г. Людковский. – М.: Академия строительства и архитектуры СССР, 1960. – 53 с.
39. Людковский, И. Г. Исследование сжатых трубобетонных элементов, армированных высокопрочной продольной арматурой / И. Г. Людковский, В. М. Фонов, Н. В. Макаричева // Бетон и железобетон. – 1980. – № 7. – С. 17-19.
40. Маренин, В. Ф. Экспериментальные и теоретические исследования прочности стальных тонкостенных труб, заполненных бетоном, подверженных осевому сжатию / В. Ф. Маренин // Строительство и архитектура. Известия вузов. – 1958. – №9. – С. 60-82.

41. Маренин, В. Ф. Вопросы прочности стальных труб, заполненных бетоном / В. Ф. Маренин, А. Б. Ренекий // Материалы по стальным конструкциям. – 1959. – Вып. 4. – С. 85-90.
42. Мартиросов, Г. М. Трубобетонные элементы из бетона на напрягающем цементе / Г. М. Мартиросов, А. И. Шахворостов // Бетон и железобетон. – 2001. — №4. – С. 12-13.
43. Менаже. Мост на озере Ибис в Везине / Менаже, Барт, Веврие // Иностран. техн. лит. Пер. с франц. М. А. Андреевой. – Мосты. Ленгострансиздат, 1933. – Вып.4.
44. Митрофанов, В. П. О критерии предельного состояния по прочности центрально-сжатых трубобетонных элементов / В. П. Митрофанов, О. А. Довженко // Коммунальное хозяйство городов. – 2005. – №63. – С.73-86.
45. Несветаев, Г. В. Оценка прочности трубобетона / Г. В. Несветаев, И. В. Резван // Фундаментальные исследования. – 2011. – № 12-3. – С. 580-583.
46. Нестерович, А. П. Прочность трубобетонных элементов диаметром 500 мм и более при осевом сжатии: Дисс. ...канд. техн. наук / А. П. Нестерович. – М., 1987. – 236 с.
47. Передерий, Г. П. Трубчатая арматура / Г. П. Передерий. – М.: Трансжелдориздат, 1945. – 105 с.
48. Передерий, Г.П. Железобетонные мосты / Г. П. Передерий. – М.: Трансжелдориздат, 1951. – Т. 3. – 268 с.
49. Пинский, В. В. Несущая способность элементов и узлов из трубобетона: Автореф. дисс.... канд. техн. наук / В. В. Пинский. – Киев, 1988. – 21 с.
50. Резван, И. В. Расчёт прочности центрально-сжатых трубобетонных элементов / И. В. Резван // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 1.
51. Резван, И. В. Трубобетонные колонны из высокопрочного самоуплотняющегося напрягающего бетона: Дисс. ... канд. техн. наук / И. В. Резван. – Ростов на Дону, 2012.– 202 с.

52. Росновский, В. А. Трубобетон в мостостроении / В. А. Росновский. – М.: Трансжелдориздат, 1963. – 110 с.
53. Росновский, В. А. Исследование труб, заполненных бетоном / В. А. Росновский, А. Ф. Липатов // Железнодорожное строительство. – 1952. – № 11. – С. 27-30.
54. Русак, В. Н. Предельная деформируемость и прочность базальтопластиковых оболочек при внутреннем взрывном нагружении / В. Н. Русак, А. Г. Федоренко, М. А. Сырунин, Л. А. Соболев, А. В. Суханов, В. Г. Попов // Прикладная механика и техническая физика. – 2002. – Т.43, №1. – С. 186-195.
55. Сагадатов, А. И. Напряженно-деформированное состояние сжатых трубобетонных элементов с внутренним стальным сердечником: Дисс. ... канд. техн. наук / А. И. Сагадатов. – Магнитогорск, 2006. – 180 с.
56. Самборская, О. Жизнь при вокзале / О. Самборская. – URL: <https://www.vedomosti.ru/realty/articles/2020/11/11/846631-zhizn-vokzale> (дата обращения: 01.06.2021).
57. Санжаровский, Р. С. Несущая способность сжатых трубобетонных стержней / Р. С. Санжаровский // Бетон и железобетон. – 1971. – №11. – С. 27-29.
58. Санжаровский, Р. С. О критериях прочности и устойчивости трубобетонных стержней / Р. С. Санжаровский // Механика стержневых систем и сплошных сред. Труды ЛИСИ. – Л., 1971. – №68. – С. 169-176.
59. Санжаровский, Р. С. Теория и расчет прочности и устойчивости элементов конструкций из стальных труб, заполненных бетоном: Дисс. ...докт. техн. наук / Р. С. Санжаровский. – М., 1977. – 453 с.
60. Санжаровский, Р. С. К вопросу прочности трубобетонных стержней / Р. С. Санжаровский, С. Г. Кусябгалиев // Инженерные конструкции: Доклады к XXV научн. конф. – Л.: ЛИСИ, 1969. – С. 107-114.
61. Сахаров, А. А. Несущая способность трубобетонных элементов с бетоном, твердеющим под давлением: Дисс. ... канд. техн. наук / А. А. Сахаров. – Самара, 1991. – 159 с.

62. Семененко, Я. П. Определение несущей способности бетонного ядра, заключенного в сплошную стальную обойму / Я. П. Семененко // Бетон и железобетон. – 1960. – № 3. – С. 125-129.
63. Ситников, Ю. В. Исследование железобетонных элементов со стальной обоймой для несущих конструкций промышленных зданий: Дисс. ...канд. техн. наук / Ю. В. Ситников. – М., 1970. – 173 с.
64. Скворцов, Н. Ф. Применение сталетрубобетона в мостостроении / Н. Ф. Скворцов. – М.: Автотрансиздат, 1955. – 88 с.
65. СП 16.13330.2017 Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*. Введ. 2017-08-28, изд. официальное. – М.: Минстрой России, 2017. – 140 с.
66. СП 266.1325800.2016 Конструкции сталежелезобетонные. Правила проектирования. Введ. 2017-07-01, изд. официальное. – М.: Минстрой России, 2016. – 124 с.
67. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 Введ. 2019-06-02, изд. официальное. – М.: Минстрой России, 2018. – 143 с.
68. Стороженко, Л. И. Объемное напряженно-деформированное состояние железобетона с косвенным армированием: Автореф. дисс. ...докт. техн. наук / Л. И. Стороженко. – М., 1985. – 46 с.
69. Стороженко, Л. И. Прочность и деформативность трубобетонных элементов / Л. И. Стороженко // Бетон и железобетон. – 1980. – № 2. С. 8-9.
70. Стороженко, Л. И. Трубобетонные конструкции / Л. И. Стороженко. – Киев: Будивельник, 1978. – 82 с.
71. Стороженко, Л. И. Расчет трубобетонных конструкций / Л. И. Стороженко, П. И. Плахотный, А. Я. Черный. – Киев: Будивельник, 1991. – 120 с.
72. Стороженко, Л. И. Напряженно-деформированное состояние центрально-сжатых трубобетонных элементов под действием эксплуатационной нагрузки / Л. И. Стороженко, В. М. Сурдин // Строительные конструкции. – Киев: Будивельник, 1977. – Вып. 18. – С. 100-107.

73. Стрелецкий, Н. Н. Сталежелезобетонные мосты / Н. Н. Стрелецкий. – М.: Транспорт, 1965. – 376 с.
74. Сурдин, В. М. Исследование напряженно-деформированного состояния трубобетонных элементов при осевом загрузении с учетом реологических процессов: Автореферат дисс. ...канд. техн. наук / В. М. Сурдин. – Одесса, 1970. – 21 с.
75. Суровцов, М. М. Несущая способность трубобетонных колонн с предварительно обжатым бетонным ядром: Дисс. канд. техн. наук / М. М. Суворова – Ростов-на-Дону, 2019. – 170 с.
76. Тамразян, А. Г. Испытание трубобетонных образцов малого диаметра с высоким коэффициентом армирования / А. Г. Тамразян, И. К. Манаенков // Строительство и реконструкция. – 2017. – (4). – С. 57-62.
77. Труль, В. А. Экспериментальные исследования несущей способности трубобетонных стержней при центральном сжатии / В. А. Труль, Р. С. Санжаровский // Исследования по строительным конструкциям и испытанию сооружений. Труды ЛИСИ. – Л., 1968. – № 51. – С. 12-23.
78. Фонов, В. М. Прочность и деформативность трубобетонных элементов при осевом сжатии / В. М. Фонов, И. Г. Людковский, А. П. Нестерович // Бетон и железобетон. – 1989. — №1. — С. 4-6.
79. Харченко, С. А. Напряженно-деформированное состояние трубобетонных элементов с упрочненными ядрами: Автореф. дисс. канд. техн. наук / С. А. Харченко. – Минск, 1987. – 16 с.
80. Шабров, В. Л. Прочность трубобетонных элементов диаметром 500 мм и выше при внецентренном сжатии. Дисс. ...канд. техн. наук / В. Л. Шабров – М., 1988. – 249 с.
81. Шахворостов, А. И. Исследование напряженно-деформированного состояния трубобетона на напрягающем цементе: Дисс.... канд. техн. наук / А. И. Шахворостов. – НИИЖБ, Москва, 2000. –158 с.
82. Штутгарт 21: Википедия. Свободная энциклопедия. – URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Штутгарт_21 (дата обращения: 01.06.2021).

83. Ekmekyapar, T., Baraa, J.M., AL-Eliwi. Experimental behaviour of circular concrete filled steel tube column and design specifications // *Thin-Walled Structures*. – 2016. – Vol. 105. – Pp. (2016) 220–230.
84. EN 1992-1-1:2004 Eurocode 2: Design of concrete structures.
85. Eurocode EN 1994-1-1:2004: Design of composite steel and concrete structures.
86. Fam, A., Frank, S. Qie, Rizkalla, S. Concrete-filled steel tubes subjected to axial compression and lateral cyclic loads // *Journal of Structural Engineering*. – 2004. – Vol. 130 (4). – 24 p.
87. Gardner, N. J., Jacobson, E. R. Structural Behavior of Concrete Filled Steel Tube. // *ACI Journal*. – 1967. – Pp. 404-413.
88. Giakoumelis, G., Lam, D. Axial capacity of circular concrete-filled tube columns // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2004. – Vol. 60. – Pp.1049-1068.
89. Huang, F., Yu, X., Chen, B. The structural performance of axially loaded CFST columns under various loading conditions // *Steel and Composite Structures*. – 2012. – Vol. 13, No. 5. – Pp. 451-471.
90. Jayalekshmi S., Sankar Jegadesh J. S. A Comparative Study on Design Principles of Circular Concrete Filled Steel Tubular Columns // *Proceedings of the ICIDRET*. – 2014. – Pp.133-137.
91. Knowles R., Park R. Strength of concrete-filled steel tubular columns // *Journal of the Structural Division ASCE*. – 1969. – Vol.95(12). – Pp.2565-2587.
92. Kuranovas A., Goode D. , Kvedaras A. , Zhong S. Load-Bearing Capacity Of Concrete-Filled Steel Columns // *Journal Of Civil Engineering And Management*. – 2009. – Pp.21-33.
93. Richart F. E., Brandtzaeg A., Brown R. L. A Study of the Failure of Concrete under Combined Compressive Stresses // *Engineering Experimental Station*. – No. 185. – USA. – 1928. – 104 p.
94. Sakino K., Tomii M., Watanabe K. Sustaining load capacity of plain concrete stub columns by circular steel tubes // *Proceeding of the International Specialty Conference on Concrete Filled Steel Tubular Structures*. – 1985. – Pp. 112-118.

95. Schneider, S. P. Axially Loaded Concrete-Filled Steel Tubes. // Journal of Structural Engineering. – 1998. – Vol. 124. – No. 10. – Pp. 1125-1138.
96. Sewell J.S. Columns for Buildings // Engineering News. – 1902. – Vol. 48, №17. – Pp.10-13.
97. Tomii, M. Y., Yoshimura, K. & Morishita, Y. Experimental Studies on Concrete Filled Steel Tubular Columns under Concentric Loading // Proc. Int. Colloquium on Stability of Structures Under Static and Dynamic Loads. – 1977. – Pp. 718-741.
98. Truesdell, C. Remarks on hypo-elasticity // J. Res. Nat. Bur. Stand. – 1963. – Vol. 67B, no. 3. – Pp. 141-143.
99. Truesdell, C. Hypo-elasticity //Journal of Rational Mechanics and Analysis. – 1955. – vol. 4. – Pp. 83-133.
100. Zhi-wu Yu., Fa-xing Ding, Cai, C.S. Experimental behavior of circular concrete-filled steel tube stub columns // Journal of Constructional Steel Research. – 2007. – Vol. 63. – Pp. 165-174.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации:

101. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния трубобетонных конструкций с учетом нелинейного поведения бетона // Известия высших учебных заведений. Строительство. – Новосибирск, 2017. – № 4(700). – С. 17-29.
102. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния бетонной стойки в композитной обойме // Вестник кибернетики. – Сургут, 2018. – № 4(32). – С. 52-58.
103. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния внецентренно сжатых предварительно напряженных трубобетонных стоек // Известия высших учебных заведений. Строительство. – Новосибирск, 2020. – № 12(744). – С. 5-17.
104. Snigireva V.A., Gorynin G.L. The nonlinear stress-strain state of the concrete-filled steel tube structures // Magazine of civil engineering. – 2018. – № 7(83). – P. 74–83. (Scopus, Web of Science).

105. Snigireva V.A., Gorynin G.L. Non-linear simulation of load-bearing capacity for steel-encased concrete piles // *Advances in Engineering Research*. – 2017. – Vol. 133. – P. 816-822. (Web of Science)
106. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Пространственный расчет трубобетонной свай-стойки // *Северный регион: Наука, образование, культура*. – Сургут, 2015. – № 2(32). – С. 141-147.
107. Снигирева В.А. Решение пространственной задачи об осевом сжатии свай-оболочки // *Наука 60-й параллели: материалы XIX Открытой регион. студ. науч. конф. им. Г.И. Назина*. – Сургут, 23 апреля 2015 г. – С. 11-12.
108. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Математическое моделирование напряжённо-деформированного состояния трубобетонных конструкций // *Вестник кибернетики*. – Сургут, 2016. – № 1(21). – С. 29-37.
109. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Математическое моделирование композитных трубобетонных конструкций // *Международная конференция «Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе», посвященная дню рождения великого русского математика академика П.Л. Чебышёва: Тезисы*. / (Сургут, 16-20 мая 2016 г.): Тезисы докладов – Сургут: ИЦ СурГУ, 2016. – С. 237-239.
110. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Напряженно-деформированное состояние трубобетонных конструкций при малых нагрузках // *Материалы IX Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные вопросы строительства», 05-07 апреля 2016 г., г. Новосибирск*. – Новосибирск, 2016. – С. 3-8.
111. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Пространственный расчет трубобетонной свай-стойки с учетом нелинейности диаграммы деформирования бетона // *Север России: стратегии и перспективы развития: материалы II Всерос. науч.-практич. конф.*, 27 мая 2016 г., г. Сургут. – Сургут, 2016. – Т. II. – С. 62-67.
112. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Моделирование НДС трубобетонной свай-стойки с учетом нелинейного поведения бетона // *Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы,*

новации: материалы Международной научно-практической конференции, 07-09 декабря 2016 г., г. Омск. – Омск, 2016. – С. 14-18.

113. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Проблемы применения трубобетонных конструкций // Наука и инновации XXI века: материалы III Всероссийской конференции молодых ученых, 01–02 декабря 2016 г., г. Сургут. – Сургут, 2016. – Т. I – С. 109-113.

114. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Напряженно-деформированное состояние трубобетонных конструкций с учетом нелинейного поведения бетона // Проблемы оптимального проектирования сооружений: доклады 4-й Всероссийской конференции, 11-13 апреля 2017 г., г. Новосибирск. – Новосибирск, 2017. – С. 88-97.

115. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Напряженно-деформированное состояние трубобетонных стоек с учетом не-линейности диаграммы деформирования бетона // Север России: стратегии и перспективы развития : материалы III Все-рос. науч.-практич. конф., 26 мая 2017 г., г. Сургут. – Сургут, 2017. – Т. II. – С. 203-210.

116. Снигирева В.А. Перспективы применения трубобетонных конструкций в строительстве // Роль физико-математического и инженерного образования в современном обществе: материалы Все-рос. науч.-практ. конф., 7 ноября 2017 г., г. Сургут. – Сургут, 2017. – С. 74-79.

117. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Инновационные трубобетонные конструкции в сооружениях нефтегазового комплекса // Технологии будущего нефтегазодобывающих регионов: сб. ст. Первой междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых и специалистов, состоявшейся в рамках мероприятий Первого междунар. молодежного науч.-практ. форума «Нефтяная столица», 08-09 февраля 2018 г., г. Сургут. – Сургут, 2018 – С. 70-72.

118. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Моделирование пространственной работы композитной трубобетонной стойки // Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, инновации: сборник

материалов III Международной научно-практической конференции, 29-30 ноября 2018 г., г. Омск. – Омск, 2019. – С. 232-238.

119. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Напряженно-деформированное состояние предварительно напряженной трубобетонной стойки // Международная конференция «Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе», посвящённая дню рождения великого русского математика академика П. Л. Чебышёва: труды конференции, 23 мая 2019г, г. Сургут. – Самара, 2019. – С. 295-300.

120. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Моделирование пространственной работы предварительно-напряженной трубобетонной стойки // Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, инновации: сборник материалов IV Международной научно-практической конференции, 28-29 ноября 2019 г., г. Омск. – Омск, 2019. – С. 307-313.

121. Снигирева В.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния предварительно напряженной трубобетонной стойки при внецентренном сжатии // Сборник научных трудов XVII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук», 21-24 апреля 2020 г., г. Томск. – Томск, 2020. – Т.6. – С.81-83.

122. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Внецентренно сжатая предварительно напряженная трубобетонная стойка // Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, инновации: сборник материалов V Международной научно-практической конференции, 03-04 декабря 2020 г., г. Омск. – Омск, 2021. – С. 486-492.

ПРИЛОЖЕНИЕ А.**АКТ ВНЕДРЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ №1****УТВЕРЖДАЮ**

проректор по учебно-методической работе
БУ ВО ХМАО-Югры
«Сургутский государственный университет»

Коновалова Е.В.

«22»

2021 г.

**Акт**

внедрения в учебный процесс результатов диссертационной работы
Снигиревой В.А. на тему «Совершенствование методов моделирования и расчета
предварительно напряженных трубобетонных стоек транспортных сооружений»

Настоящим актом подтверждается внедрение в учебный процесс, осуществляемый в бюджетном учреждении высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа-Югры «Сургутском государственном университете», результатов исследований, проводимых в диссертационной работе. Предложенные в работе научные знания используются в курсовом и дипломном проектировании при подготовке студентов на кафедре строительных технологий и конструкций: магистров по направлению 08.04.01 «Строительство», профиль «Расчет и проектирование уникальных зданий и сооружений»; бакалавров по направлению 08.03.01 «Строительство», профиль «Промышленное и гражданское строительство».

Заведующий кафедрой
строительных технологий и конструкций
к.физ.-мат.н., доцент

Галиев И.И.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б.

АКТ ВНЕДРЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ №2



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
ХАНТЫ-МАНСКИЙ АВТОНОМНЫЙ ОКРУГ
ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ
ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ
«СИБИРЬТРАНСПРОЕКТ»

628400, Тюменская обл., г. Сургут,
ул. Маяковского, д. 45-104
☎ 8-(922) 437-36-30
e-mail: sibirtp@bk.ru

ИНН 8602248042,
Р/с № 40702810400050000600 в
Ф-л ЗС ПАО Банка «ФК Открытие»
г. Ханты-Мансийск,
К/с № 30101810465777100812,
БИК банка 047162812

УТВЕРЖДАЮ



Генеральный директор
ООО «СИБИРЬТРАНСПРОЕКТ»

Заварницына И.В.

2021г.

Акт

о внедрении результатов диссертационной работы

Выдан Снигиревой Вере Алексеевне, автору диссертационной работы на соискание ученой степени кандидата технических наук на тему «Совершенствование методов моделирования и расчета предварительно напряженных трубобетонных стоек транспортных сооружений», для предоставления в Диссертационный совет.

Существующая проблема обеспечения совместной работы стальной трубы и бетонного ядра трубобетонных стоек транспортных сооружений требует разработки усовершенствованных конструкций и методики их расчета. Предложенная в диссертационной работе конструкция предварительно напряженной трубобетонной стойки обладает простотой технического исполнения, лишена конструктивных недостатков традиционных трубобетонных стоек при большей несущей способности. Представленные в работе результаты моделирования пространственной работы трубобетонных стоек различных конструкций и предварительно напряженной трубобетонной стойки имеют особую важность для проектирования и практического применения данных конструкций в транспортных сооружениях.

В связи с этим результаты диссертационной работы Снигиревой Веры Алексеевны, выполненной под руководством доктора физико-математических наук Горынина Глеба Леонидовича, приняты к использованию в практике проектирования организации ООО «СИБИРЬТРАНСПРОЕКТ».

Главный инженер

Ю.С. Заварницын